

Układ jednostek miar SI

Wielkości i jednostki podstawowe			
Wielkość fizyczna	Symbol	Jednostka	
Długość	l	[m]	metr
Czas	t	[s]	sekunda
Masa	m,M	[kg]	kilogram
Temperatura termodynamiczna (temperatura bezwzględna)	T	[K]	kelwin
Natężenie prądu elektrycznego	i,I	[A]	amper
Ilość materii (liczność materii)	n	[mol]	mol
Światłość	i,I	[cd]	kandela
Wielkości i jednostki uzupełniające			
Kąt płaski	α, β, γ	[rad]	radian
Kąt bryłowy		[sr]	steradian

Przedrostki

Przedrostek	Symbol	Wartość
tera	T	$10^{12}=1\ 000\ 000\ 000\ 000$
giga	G	$10^9=1\ 000\ 000\ 000$
mega	M	$10^6=1\ 000\ 000$
kilo	k	$10^3=1000$
hekto	h	$10^2=100$
deka	da	$10^1=10$
decy	d	$10^{-1}=0,1$
centy	c	$10^{-2}=0,01$
mili	m	$10^{-3}=0,001$
mikro	μ	$10^{-6}=0,000\ 001$
nano	n	$10^{-9}=0,000\ 000\ 001$
piko	p	$10^{-12}=0,000\ 000\ 000\ 001$

Wielkości i jednostki pochodne

Wielkość	Symbol	Wzór/zależność	Jednostka	Związek jednostek
Droga	s		[m]	
Wysokość	h,H		[m]	
Prędkość liniowa	v	$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad v = \frac{s}{t}$	[m/s]	
Prędkość względna	w		[m/s]	
Prędkość bezwzględna	c	$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$	[m/s]	
Prędkość unoszenia	u		[m/s]	
Przyspieszenie liniowe	a	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad a = \frac{\Delta v}{t}$	[m/s ²]	
Prędkość kątowna	ω	$\omega = \frac{\alpha}{t} \quad v = \omega \cdot R$	[rad/s]=[1/s]	
Pole powierzchni	S,A		[m ²]	
Objętość	V		[m ³]	
Natężenie przepływu (objętościowe)	Q	$Q = \frac{V}{t} \quad Q = A \cdot w$	[m ³ /s]	
Masowe natężenie przepływu	Q _m	$Q_m = \frac{m}{t} \quad Q_m = \rho \cdot A \cdot w$	[kg/s]	
Gęstość	ρ	$\rho = \frac{m}{V}$	[kg/m ³]	
Ciężar	Q	$Q = m \cdot g$	[N]	[N]=[kg·m/s ²]
Ciężar właściwy	γ	$\gamma = \frac{Q}{V} \quad \lambda = \rho \cdot g$	[N/m ³]	
Siła	F		[N]	[N]=[kg·m/s ²]
Opór czołowy	F _x		[N]	[N]=[kg·m/s ²]
Siła nośna	F _z		[N]	[N]=[kg·m/s ²]
Ciśnienie	p	$p = \frac{F}{A}$	[Pa]	[Pa]=[N/m ²]=[kg/m·s ²]
Moment siły (moment obrotowy)	M	$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{R}$	[N·m]	

Alfabet grecki

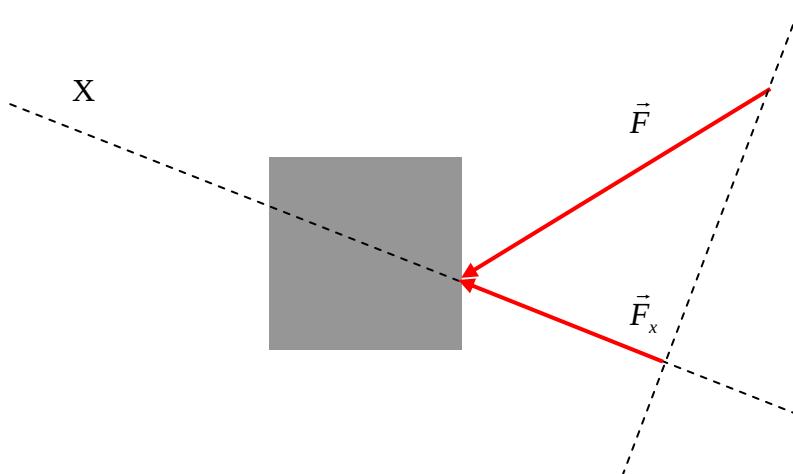
alfa	α	A	epsilon	ε	E	jota	ι	I	ni	ν	N	ro	ρ	P	fi	φ	Φ
beta	β	B	dzeta	ζ	Z	kappa	κ	K	ksi	ξ	Ξ	sigma	σ	Σ	chi	χ	X
gamma	γ	Γ	eta	η	H	lambda	λ	Λ	omikron	ο	O	tau	τ	T	psi	ψ	Ψ
delta	δ	Δ	theta	θ, ϑ	Θ	mi	μ	M	pi	π	Π	ypsilon	υ	Υ	omega	ω	Ω

Płyny i ich własności

Płynem nazywamy ciało łatwo ulegające odkształceniom postaciowym. Przeciwnieństwem płynu jest ciało stałe, którego odkształcenie wymaga przyłożenia stosunkowo dużego naprężenia (siły). Opis ruchu ciała łatwo podlegającego odkształceniom jest trudny, ponieważ nie można, jak w przypadku ciała stałego, takiego ciała sprowadzić do punktu materialnego. Z punktu widzenia naprężenia (siły) przyłożonego do ciała rozróżniamy:

- ciała sztywne (ciała stałe)
- płyny (ciecze i gazy)

Naprężenie przyłożone do ciała sztywnego jest wektorem, który to wektor zależy od kierunku rzutowania

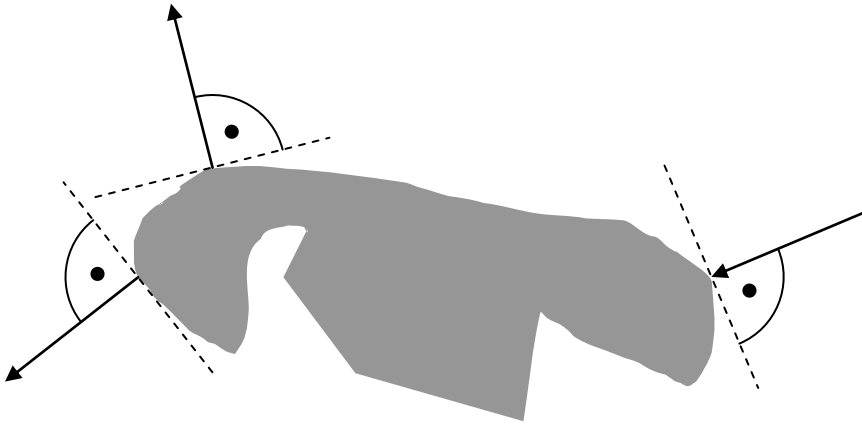


Siła $\vec{F}$ działa na ciało A w kierunku X składową $\vec{F}_x$

Naprężenie przyłożone do płynu jest wektorem normalnym. (wektorem normalnym nazywamy wektor prostopadły do powierzchni; wektor styczny do powierzchni jest nazywany wektorem stycznym; wektor styczny i normalny są zatem do siebie prostopadłe i nie mogą być względem siebie rozkładane na składowe wektora). Wektor normalny jest zawsze prostopadły do powierzchni, przez którą działa i w związku z tym jego wartość nie zależy od skierowania tej powierzchni. Wartość siły przyłożonej do ciała jest taka sama na dowolnej powierzchni tego ciała, niezależnie od położenia tej powierzchni. Płyny charakteryzują się następującymi własnościami:

- duża ruchliwość cząstek płynu względem siebie (ponieważ cząstki ruszają się względem siebie, to siła przyłożona do dowolnej cząstki płynu jest przenoszona na pozostałe cząstki; w ciele sztywnym cząstki nie mogą się względem siebie poruszać i siła przyłożona do cząstki ciała sztywnego jest przenoszona tylko na cząstki leżące w linii działania siły, a w pozostałych kierunkach przenoszona jest tylko składowa w danym kierunku)

- doskonała sprężystość objętościowa (po przekroczeniu pewnej wartości naprężenia w ciele sztywnym pojawiają się odkształcenia trwałe; w płynie nie można wywołać odkształcenia trwałego i płyn zawsze powraca do pierwotnego kształtu)
- odwracalna możliwość podziału na dowolną ilość części



Ciecze i gazy nie różnią się podstawowymi własnościami, a jedynie ich wartością. W szczególności gęstość i lepkość cieczy jest wielokrotnie większa od gęstości i lepkości gazów. Najważniejszymi z punktu widzenia mechaniki własnościami płynów są:

- gęstość ρ ; $\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ (zamiast gęstości można posługiwać się objętością właściwą lub objętościową jednostkową, czyli odniesioną do jednostki masy płynu $v = \frac{V}{m} \left[\frac{m^3}{kg} \right]$; objętość właściwa jest odwrotnością gęstości $v = \frac{1}{\rho}$)

- ciężar właściwy γ ; $\gamma = \frac{Q}{V} \left[\frac{N}{m^3} \right]$ (między gęstością, a ciężarem właściwym zachodzi związek

$$\gamma = \frac{Q}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g)$$

- lepkość; (będzie omówiona w następnym rozdziale)
- rozszerzalność objętościowa (rozszerzalność cieplna); (zmiana objętości, a także gęstości, objętości właściwej i ciężaru właściwego przy zmianie temperatury)
- ściśliwość; (zmiana objętości, a także gęstości, objętości właściwej i ciężaru właściwego przy zmianie ciśnienia)

Z punktu widzenia ściśliwości (a także rozszerzalności cieplnej) płyny dzielimy na:

- płyny ściśliwe (gazy)
- płyny nieściśliwe (ciecze)

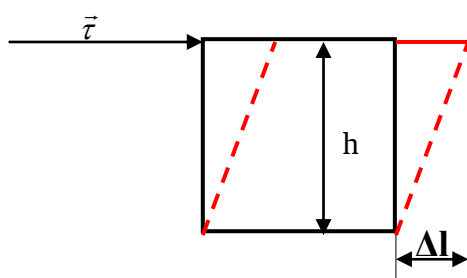
Dla gazów związek dla ciśnienia, gęstości i temperatury opisuje równanie Clapeyrona

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T$$

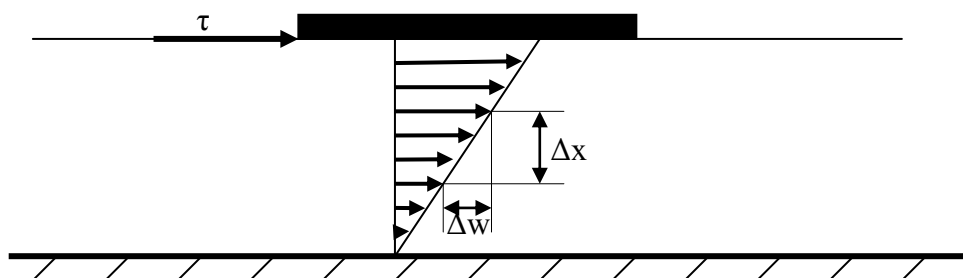
Dla niedużych zmian ciśnienia gaz może być traktowany jako płyn nieściśliwy (np. przy przepływie w wentylatorze). Ciecze są traktowane jako płyny nieściśliwe, ponieważ dopiero przy ciśnieniach rzędu 100[MPa] ściśliwość cieczy może mieć wpływ na działanie maszyn lub urządzeń.

Lepkość

Ruch cząstek płynu względem siebie jest związany z występowaniem oporu przeciwstawiającego się temu ruchowi. Przy ruchu ciał sztywnych względem siebie opór ruchu występuje na powierzchni styku ciał. Opór występujący na powierzchni styku ciał sztywnych nazywamy tarcie. Opór występujący wewnątrz płynu związany z ruchem cząstek płynu względem siebie nazywamy lepkością. Na zasadzie analogii lepkość może być określona jako tarcie wewnętrzne. Model tarcie ($T = f \cdot N$) nie jest właściwym modelem do opisu lepkości, ponieważ opór ruchu cząstek względem siebie w różnych miejscach płynu może być różny przy tej samej wartości naprężenia (siły) wywołującego ruch. Modelem używanym do opisu lepkości jest model odkształcenia sprężystego ciała sztywnego ($\sigma = E \cdot \varepsilon$) wywołanego naprężeniem stycznym.



Naprężenie styczne $\vec{\tau}$ odkształca ciało sztywne o kształcie prostopadłościanu przemieszczając górną płaszczyznę prostopadłościanu o odległość Δl wywołując odkształcenie względne $\varepsilon = \frac{\Delta l}{h}$. Prawo Hooke'a przyjmuje postać $\tau = E \cdot \frac{\Delta l}{h}$. Analogiczną postać przyjmuje opis ruchu cieczy, po powierzchni której przesuwamy płytę pływająca na tej powierzchni



Naprężenie styczne τ przesuwa płytę na powierzchni cieczy. Warstwa cieczy stykająca się z ruchomą płytą porusza się z prędkością równą prędkości płyty. Warstwa cieczy stykająca się z nieruchomym dnem naczynia, w którym znajduje się ciecz, pozostaje w spoczynku.

Zakładamy, że warstwy środkowe cieczy poruszają się z prędkością mniejszą od prędkości płyty i zmiana prędkości poszczególnych warstw jest proporcjonalna. Między warstwami cieczy oddalonymi od siebie o odległość Δx występuje różnica prędkości Δw . Z porównania rysunku przedstawiającego ruch w cieczy i odkształcenie ciała sztywnego wynika, że

odpowiednikiem odkształcenia względnego jest stosunek $\frac{\Delta w}{\Delta x}$, a równanie Newtona będące

analogią prawa Hooke'a przyjmuje postać $\tau = \eta \cdot \frac{\Delta w}{\Delta x}$, gdzie η jest współczynnikiem

proporcjonalności określającym dla danej cieczy stosunek naprężenia stycznego τ do „odkształcenia” $\frac{\Delta w}{\Delta x}$ i jest miarą oporu ruchu warstw cieczy względem siebie. Współczynnik proporcjonalności η (w niektórych podręcznikach μ) nazywany jest lepkością dynamiczną i

ma wymiar $\eta = \frac{\tau}{\frac{\Delta w}{\Delta x}} = \frac{\frac{Pa}{m}}{\frac{s}{m}} = Pa \cdot s$. Z powyższego modelu wynika, że lepkość może być

interpretowana jako naprężenie styczne w płynie wywołujące zmianę prędkości warstw płynu względem siebie. Za płyn idealny (nie lepki) uważamy płyn, w którym naprężenia styczne są pomijalnie małe w stosunku do naprężeń normalnych. Ponieważ w płynie pozostającym w spoczynku nie może być różnic prędkości wewnątrz płynu, to płyn w spoczynku nie wykazuje lepkości, czyli jest płynem idealnym (doskonałym). Lepkość płynu określona jako stosunek lepkości dynamicznej płynu η do jego gęstości ρ nazywany lepkością kinematyczną ν o

wymiarze $\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\frac{Pa \cdot s}{\frac{kg}{m^3}}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{s^2 \cdot m}{s^2 \cdot m} \cdot s \cdot \frac{m^3}{kg} = \frac{m^2}{s}$. Lepkość może być wyrażona także w

następujących jednostkach:

- lepkość dynamiczna puaz [P]; 1 [P] = 0,1 [Pa · s]
- lepkość kinematyczna stokes [St]; 1 [St] = $10^{-4} \left[\frac{m^2}{s} \right]$

Najprostszym sposobem określenia lepkości płynu (głównie ciecz) jest porównanie lepkości dwóch płynów przez zmierzenie czasu ich ruchu w porównywalnych warunkach.

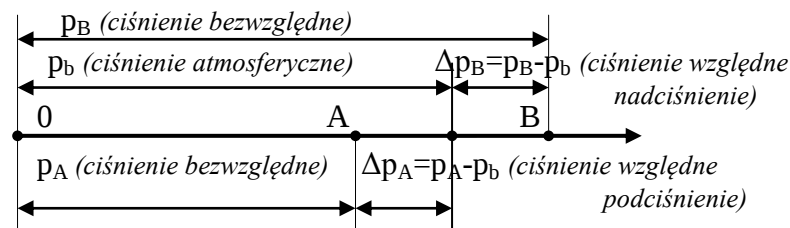
Otrzymujemy w ten sposób względny pomiar lepkości wymiarowany w stopniach $[^{\circ}]$. W Polsce najczęściej stosownym lepkościomierzem jest lepkościomierz Englera, w którym okreśmy stosunek czasu wypływu wody do czasu wypływu badanej cieczy. Lepkość mierzona w ten sposób nazywana jest lepkością względną, a jej miarą są stopnie Englera $[^{\circ}E]$. Naprężenie styczne (lepkość) w płynach jest zjawiskiem niezmiennie złożonym. Lepkość danego płynu nie ma stałej wartości i może zależeć od różnych parametrów. W szczególności lepkość płynów zależy od temperatury. Lepkość cieczy bardzo silnie maleje wraz ze wzrostem temperatury. Graficzne przedstawienie zmiany lepkości cieczy w funkcji temperatury nazywamy charakterystyką lepkościowo-temperaturową. Zmiana lepkości w zakresie temperatur 0-100 $^{\circ}C$ może dla oleju hydraulicznego wynosić 2000-2 [cSt]. Lepkość gazów w niewielkim stopniu zależy od temperatury. W przeciwieństwie do cieczy lepkość gazów rośnie wraz z temperaturą. Płyn spełniający równanie Newtona nazywany jest płynem niutonowskim. Lepkość płynu niutonowskiego nie zależy od ciśnienia. Płyn, którego lepkość zależy od ciśnienia nazywamy płynem tiksotropowym. Lepkość dynamiczna, lepkość kinematyczna i lepkość względna są ze sobą związane, przy czym związek ten nie jest liniowy, co oznacza, że zmiana jednej lepkości nie wywołuje proporcjonalnej zmiany pozostałych lepkości.

Ciśnienie

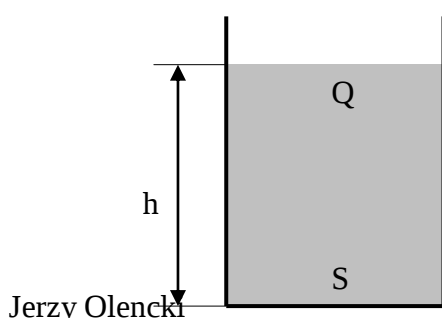
Sposób działania sił w płynach różni się od sposobu działania sił w ciałach sztywnych. Siły działające w płynach można podzielić na:

- siły objętościowe (wartość siły zależy od ilości płynu i jest proporcjonalna do masy lub objętości płynu; siła objętościowa jest wektorem, który może być rozłożony na składowe)
 - siła ciężkości $F = m \cdot g$
 - siła bezwładności $F = m \cdot a$
- siły powierzchniowe (wartość siły nie zależy od ilości płynu i kierunku, zależy od wielkości powierzchni, przez którą działa; stąd siła powierzchniowa ma wymiar naprężenia)
 - siła normalna – ciśnienie
 - siła styczna – lepkość

Ponieważ siły powierzchniowe normalne i styczne są względem siebie prostopadłe, to niemożliwe jest działanie, które mogłoby zamienić siłę normalną na styczną lub odwrotnie. Siły styczne związane są z różnicą prędkości ruchu warstw płynu względem siebie. Siły normalne mogą być wywołane siłami objętościowymi lub ścianką zanurzoną w płynie. Ponieważ siły objętościowe są źródłem sił normalnych, to przy braku sił objętościowych ciśnienie będące siłą normalną równe jest zero. Oznacza to z kolei istnienie skali bezwzględnej ciśnienia. Próżnia (brak materii) jest zerem bezwzględnym dla ciśnienia. Ciśnienie bezwzględne jest to ciśnienie mierzone względem próżni. Każdy inny pomiar ciśnienia jest pomiarem względem otaczającej materii, czyli jest pomiarem względnym. Ciśnienie względne jest to różnica ciśnienia bezwzględnego mierzonego płynu i ciśnienia bezwzględnego otaczającej materii. Jeśli pomiar ciśnienia wykonywany jest w atmosferze ziemskiej, to ciśnienie względne jest różnicą ciśnienia bezwzględnego płynu i ciśnienia atmosferycznego. Jeśli różnica ma wartość dodatnią (ciśnienie płynu większe od ciśnienia atmosferycznego), to ciśnienie względne nazywamy nadciśnieniem, a jeśli różnica ma wartość ujemną (ciśnienie płynu mniejsze od ciśnienia atmosferycznego), to ciśnienie względne nazywamy podciśnieniem. Graficzną interpretację ciśnienia względnego i bezwzględnego przedstawia rysunek



Ciśnienie atmosferyczne nie ma wartości stałej. Przybliżona wartość ciśnienia atmosferycznego na poziomie morza wynosi $p_b = 1000 \text{ [hPa]} = 100 \text{ [kPa]} = 0,1 \text{ [MPa]}$. Ciśnienie atmosferyczne określa jednocześnie maksymalną wartość podciśnienia, które nie może być wyższe, niż ciśnienie atmosferyczne. W płynach znajdujących się pod działaniem siły ciężkości występuje ciśnienie hydrostatyczne. Ciśnienie atmosferyczne jest ciśnieniem hydrostatycznym powietrza. Ciśnienie hydrostatyczne pochodzi od ciężaru płynu znajdującego się nad daną powierzchnią.

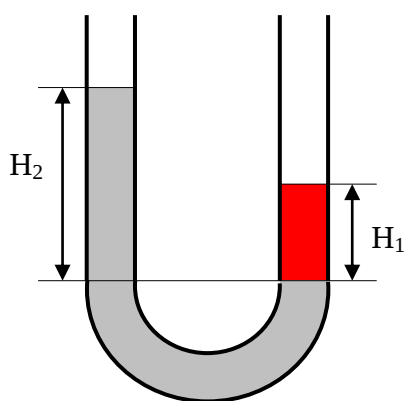


$$p = \frac{F}{S} = \frac{Q}{S} = \frac{m \cdot g}{S}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h$$

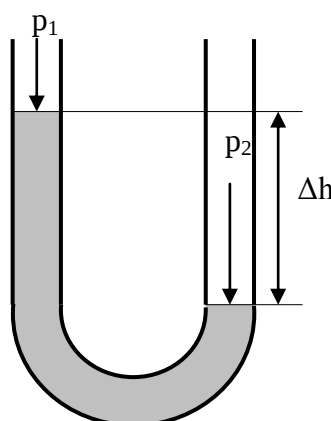
$$p = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S} = \rho \cdot g \cdot h$$

Zależność ciśnienia hydrostatycznego od wysokości słupa cieczy została stwierdzona przez Pascala. Prawo Pascala mówi, że ciśnienie hydrostatyczne zależy od wysokości słupa cieczy, a nie zależy od ilości cieczy. Obecnie uogólnia się prawo Pascala do stwierdzenia: wartość bezwzględna ciśnienia nie zależy od skierowania elementu, przez które ono działa. Prawo Pascala ma zastosowanie w naczyniach połączonych. Najprostszym przypadkiem naczyń połączonych jest U-rurka.



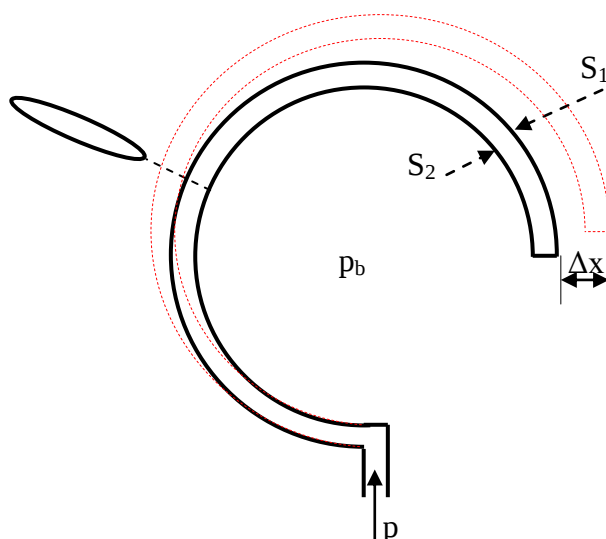
$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 \\ p &= \rho \cdot g \cdot H \\ \rho_1 \cdot g \cdot H_1 &= \rho_2 \cdot g \cdot H_2 \\ \frac{\rho_1}{\rho_2} &= \frac{H_2}{H_1} \end{aligned}$$

U-rurka jest najprostszym przyrządem do pomiaru różnicy ciśnień



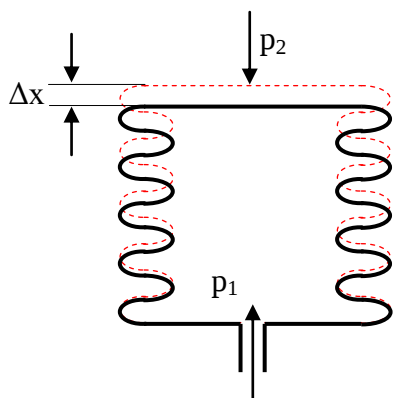
$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

Do pomiaru różnicy ciśnień można także użyć membrany lub mieszka sprężystego. Miara różnicy ciśnień jest ugięcie membrany lub przesunięcie mieszka sprężystego. Powszechnie stosowanym przyrządem do pomiaru ciśnienia (różnicy ciśnień) jest manometr z rurką sprężystą zwaną rurką Bourdona.



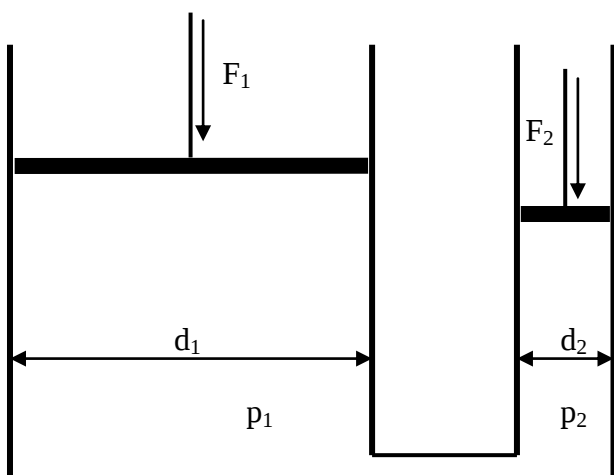
$$\begin{aligned} S_1 &> S_2 \\ F_1 &= S_1 \cdot (p - p_b) \\ F_2 &= S_2 \cdot (p - p_b) \\ F_{\text{sprężystości}} &= k \cdot \Delta x \\ F_{\text{sprężystości}} &= F_1 - F_2 \\ k \cdot \Delta x &= (S_1 - S_2) \cdot (p - p_b) \\ p - p_b &= \frac{k}{S_1 - S_2} \cdot \Delta x \end{aligned}$$

Odształcenie rurki sprężystej w manometrze jest proporcjonalne do mierzonego ciśnienia. Mieszek sprężysty jest stosowany do pomiaru różnicy ciśnienia dynamicznego.



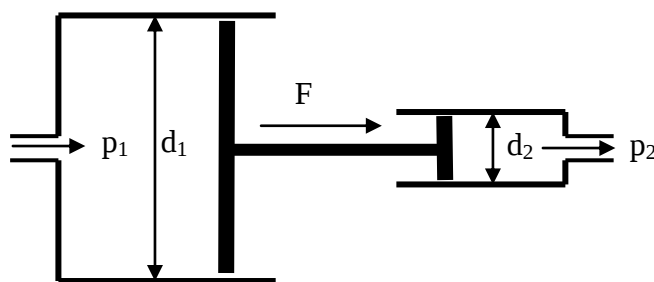
$$\begin{aligned}
 F_1 &= S \cdot p_1 \\
 F_2 &= S \cdot p_2 \\
 F_1 - F_2 &= S \cdot (p_1 - p_2) \\
 F_{\text{sprężystości}} &= k \cdot \Delta x \\
 F_{\text{sprężystości}} &= F_1 - F_2 \\
 k \cdot \Delta x &= S \cdot (p_1 - p_2) \\
 p_1 - p_2 &= \frac{k}{S} \cdot \Delta x
 \end{aligned}$$

Jeśli ciśnienie p_1 jest ciśnieniem całkowitym, a ciśnienie p_2 jest ciśnieniem statycznym, to odkształcenie mieszka sprężystego jest proporcjonalne do ciśnienia dynamicznego. Naczynia połączone zakończone elementami wykonawczymi w postaci tłoków stanowią prostą maszynę hydrauliczną – prasę hydrauliczną.



$$\begin{aligned}
 p_1 &= p_2 = p \\
 p_1 &= \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_1}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} = \frac{4 \cdot F_1}{\pi \cdot d_1^2} \\
 p_2 &= \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_2}{\frac{\pi \cdot d_2^2}{4}} = \frac{4 \cdot F_2}{\pi \cdot d_2^2} \\
 \frac{4 \cdot F_1}{\pi \cdot d_1^2} &= \frac{4 \cdot F_2}{\pi \cdot d_2^2} \\
 \frac{F_1}{F_2} &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2
 \end{aligned}$$

Prasa hydrauliczna pozwala na uzyskanie bardzo dużych sił przy dużym stosunku średnic tłoków nawet przy niewielkim ciśnieniu w prasie. Maszyną działającą odwrotnie do prasy hydraulicznej jest multiplikator ciśnienia.



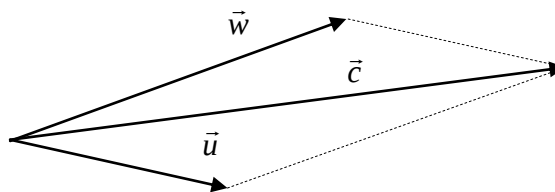
$$\begin{aligned}
 F &= p_1 \cdot S_1 = p_2 \cdot S_2 \\
 p_1 \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} &= p_2 \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \\
 \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \\
 p_2 &= p_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2
 \end{aligned}$$

Multiplikator ciśnienia jest jedyną maszyną pozwalającą na uzyskanie statycznych ciśnień rzędu 1-2 [GPa]

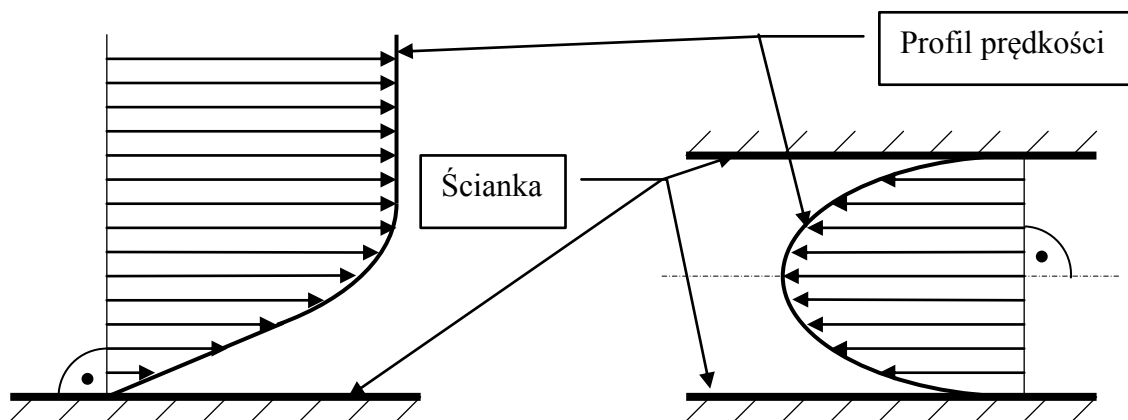
Prędkość średnia

Ruch bryły sztywnej może być sprowadzony do ruchu punktu materialnego, co oznacza, że każdy punkt bryły sztywnej ma taką samą prędkość liniową w ruchu postępowym. W płynie poszczególne części płynu mogą poruszać się względem siebie i w związku z tym nie muszą mieć takiej samej prędkości liniowej. Prędkość płynu w danym miejscu nazywamy prędkością miejscową. Prędkości miejscowe określone są względem najbliższej ścianki stałej (powierzchni ciała stałego), względem której płyn się porusza. Prędkość określana względem najbliższej ścianki nazywana jest prędkością względną (płynu) $\vec{w}$. Jeśli najbliższa ścianka porusza się względem ciał bardziej oddalonych, to prędkość tego ruchu nazywana jest prędkością unoszenia (ścianki) $\vec{u}$.

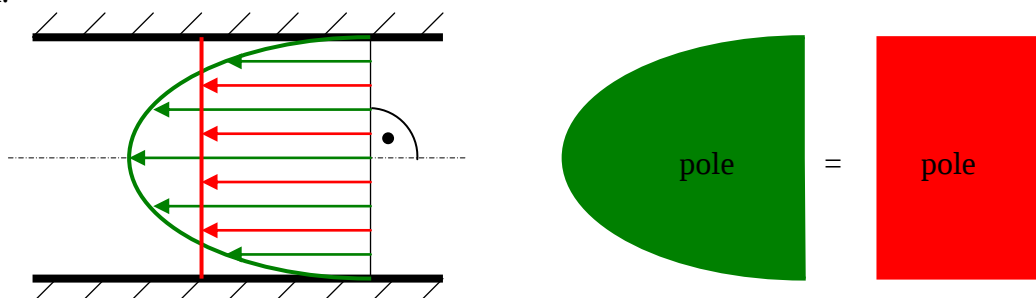
Prędkość płynu będącą sumą prędkości względnej i prędkości unoszenia nazywana jest prędkością bezwzględną (płynu) $\vec{c}$. $\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$



Wykres prędkości miejscowych w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku ruchu płynu nazywamy profilem prędkości płynu. Profil prędkości może być wyznaczony tak dla pojedynczej ścianki (przepływ otwarty), jak i dla przewodu zamkniętego. Ponieważ profil prędkości jest wyznaczany na wykresie płaskim, to oznacz, że płaszczyzna wykresu jest prostopadłą do ścianki zaznaczonej na wykresie jako linia.



Dla przepływu otwartego prędkość płynu względem ścianki jest określana jako w_∞ (prędkość w nieskończoności), czyli jako prędkość płynu nie zakłócona przez ściankę w stosunkowo dużej odległości od ścianki. Dla przewodu zamkniętego nie można określić w_∞ . Prędkość średnia jest to prędkość jaką miałby płyn, gdyby w każdym miejscu prędkość byłaby taka sama.



Natężenie przepływu Q jest to ilość płynu, jak przepływa w danym przekroju poprzecznym przewodu w jednostce czasu. Dla płynu nieściśliwego ($\rho = \text{const}$) ilość płynu może być określona tak przy pomocy masy, jak i przy pomocy objętości. Natężenie przepływu określone przy pomocy objętości płynu może być przedstawione jako objętość bryły obrotowej, której przekrojem osiowym jest pole przedstawione na rysunku powyżej. Jeśli pole wyznaczone prędkościami miejscowymi (kolor zielony) jest równe polu wyznaczonym prędkością średnią (kolor czerwony) zastąpienie prędkości miejscowych przez prędkość średnią nie zmienia natężenia przepływu. Dla natężenia przepływu (objętościowego) obowiązuje zależność

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{l \cdot S}{t} = w_{\text{średnie}} \cdot S$$

Jednostką natężenia przepływu jest $\left[\frac{m^3}{s} \right]$. Jeśli gęstość płynu nie jest stała, to ilość przepływającego płynu musi być określona przy pomocy masy. Jednostką masowego natężenia przepływu Q_m jest $\left[\frac{kg}{s} \right]$. Dla masowego natężenia przepływu obowiązuje zależność

$$Q_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t} = \rho \cdot \frac{V}{t} = \rho \cdot w_{\text{średnie}} \cdot S$$

Dla przepływu cieczy używamy natężenia przepływu (objętościowego). Dla przepływu gazu używamy masowego natężenia przepływu. Jeśli podczas przepływu gazu zmiana ciśnienia jest nieduża, zmianę gęstości gazu podczas przepływu można pominąć i traktować gaz jako płyn nieściśliwy.

Przepływ ustalony

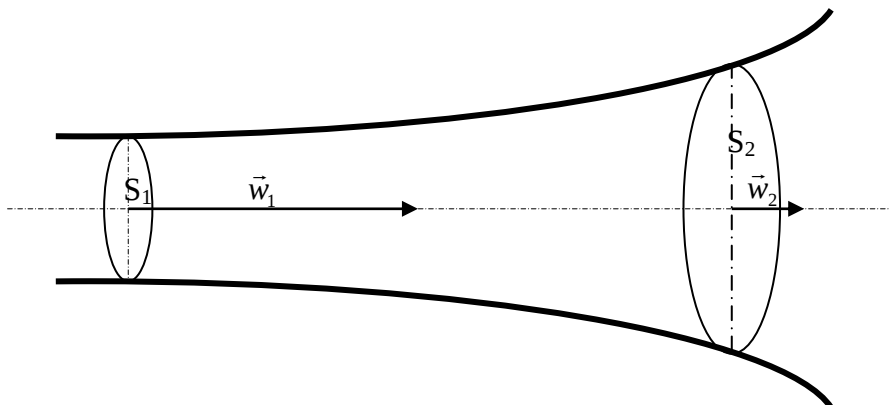
Przepływem ustalonym nazywamy przepływ, w którym ilość płynu w jednostce czasu jest stała. Dla płynu nieściśliwego (ciecz lub gaz, którego zmiana gęstości jest niewielka) przepływ ustalony opisuje równanie

$$Q = S \cdot w = \text{const}$$

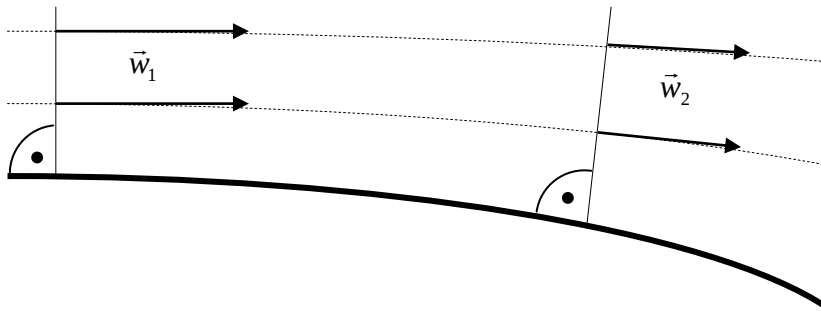
lub

$$S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2 = \text{const}$$

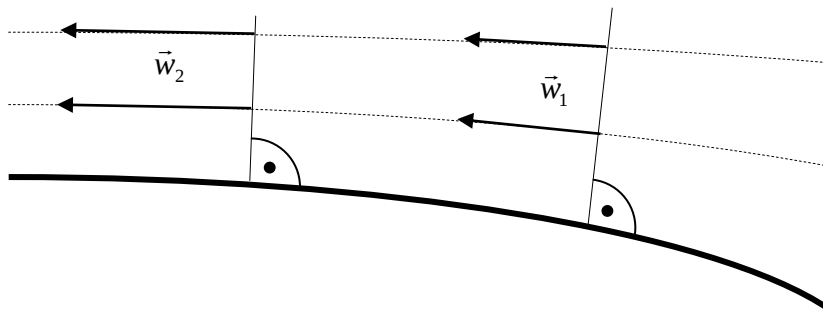
Równanie to nazywane jest równaniem ciągłości strugi. Z równania ciągłości strugi wynika, że zwiększenie powierzchni przekroju poprzecznego kanału przepływowego zmniejsza prędkość przepływu płynu i odwrotnie. Oznacza to, że prędkość przepływu zależy o geometrii kanału przepływowego. Graficzną interpretację równania ciągłości strugi przedstawia rysunek.



W kanale przepływowym występuje przepływ zamknięty. Dla przepływu otwartego (pojedyncza ścianka) nie można określić powierzchni przekroju poprzecznego S . Równanie ciągłości strugi obowiązuje także dla przepływu otwartego. W przepływie otwartym ścianka odchodząca od strugi jest odpowiednikiem rozszerzającego się kanału przepływowego. W związku z tym prędkość strugi na ścianie odchodzącej od strugi będzie malała, co przedstawia rysunek.



W przepływie otwartym ścianka wchodząca w strugę jest odpowiednikiem zwężającego się kanału przepływowego. W związku z tym prędkość strugi na ścianie wchodzącej w strugę będzie rosła, co przedstawia rysunek.



Z równania ciągłości strugi wynikają bardzo ważne konsekwencje dotyczące przepływu płynu względem ścianki.

*Prędkość płynu względem ścianki zależy od geometrii (kształtu) ścianki.
Zmiana kształtu ścianki zmienia prędkość płynu.*

Zmiana prędkości płynu oznacza, że płyn doznaje przyspieszenia. Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona przyspieszenie jest skutkiem działania siły, czyli między ścianką, a płynem działają siły. Zgodnie z III zasadą dynamiki Newtona ścianka działa na płyn (zmieniając jego prędkość) i płyn działa na ściankę siłą o tej samej wartości, kierunku i przeciwnym zwrocie. Uzyskujemy w ten sposób siłę dynamiczną (przyczyną siły działającej na ściankę jest zmiana prędkości płynu). Wartość siły zależy do wielkości zmiany prędkości płynu. Ponieważ zmiana prędkości płynu zależy od kształtu ścianki, to otrzymujemy kolejny bardzo ważny wniosek.

Wartość siły dynamicznej działającej na ściankę zależy od kształtu ścianki.

Powyższe wnioski otrzymane dla przepływu płynu nieściśliwego są słuszne także dla przepływu płynu ściśliwego. Dla płynu ściśliwego (gaz, dla którego zmiana gęstości nie może być pominięta) przepływ ustalony opisuje równanie

$$Q_m = \rho \cdot S \cdot w = \text{const}$$

lub

$$\rho_1 \cdot S_1 \cdot w_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot w_2 = \text{const}$$

Dla niedużych zmian gęstości gazu wnioski otrzymane z analizy przepływu płynu nieściśliwego są ważne także dla gazu. Jeśli gaz się rozpręża (np. wylatuje z zbiornika, w którym znajdował się pod ciśnieniem większym od ciśnienia otoczenia), to prędkość jego rośnie. Wzrost prędkości gazu oznacza wzrost energii kinetycznej gazu. Ponieważ rozprężanie nie jest źródłem energii, wzrost energii kinetycznej gazu musi się odbywać kosztem jego energii ciśnienia i energii wewnętrznej. Suma energii ciśnienia i energii wewnętrznej gazu nazywana jest entalpią

$$i = \frac{p}{\rho} + u$$

gdzie i – entalpia właściwa (jednostkowa), czyli odniesiona do jednostki masy gazu $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$

u – energia wewnętrzna jednostkowa $\left[\frac{kJ}{kg} \right]$

Zgodnie z zasadą zachowania energii przyrost energii kinetycznej Δe_k (odniesionej do jednostki masy gazu) odbywa się kosztem spadku entalpii

$$\Delta e_k = \Delta i$$

Ponieważ energia kinetyczna rośnie, a entalpia spada, to

$$\frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = i_1 - i_2$$

Przyjmując początkową prędkość $w_1 = 0$ otrzymujemy

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2)}$$

Dla gazu doskonałego (wzory przyjmujemy bez wyprowadzenia; wyprowadzenie w termodynamice) entalpia jest proporcjonalna do temperatury

$$i = c_p \cdot T$$

gdzie c_p - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R$$

gdzie κ jest stałą zależną od ilości atomów tworzących cząstkę gazu

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

gdzie c_v - ciepło właściwe przy stałej objętości

R - stała gazowa

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot R \cdot T_1 \cdot (T_1 - T_2)}$$

Przemiana adiabatyczna jest przemianą gazu zachodzącą bez wymiany ciepła i jest opisana równaniem

$$p_1 \bullet v_1^\kappa = p_2 \bullet v_2^\kappa$$

Uwzględniając równanie stanu gazu doskonałego (równanie Clapeyrona)

$$\frac{p}{\rho} = R \bullet T$$

otrzymujemy

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \bullet \kappa}{\kappa - 1} \bullet \frac{p_1}{\rho_1} \bullet \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

Prędkość gazu przy rozprężaniu zależy od:

- budowy cząstki gazu $\left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \right)$
- początkowej energii ciśnienia gazu $\left(\frac{p_1}{\rho_1} \right)$
- względnej zmiany ciśnienia gazu $\left(\frac{p_2}{p_1} \right)$.

Równanie Bernoulliego

Równanie Bernoulliego jest zastosowanie zasady zachowania energii do przepływu ustalonego płynu. Zgodnie z zasadą zachowania energii suma energii układu izolowanego (nie wymieniającego energii z otoczeniem) jest stała. Zmiana może dotyczyć tylko zamiany jednego rodzaju energii na drugi. Zastosowanie zasady zachowania energii do konkretnego przypadku można sprowadzić tylko do rodzajów energii, które podlegają zmianie. W przepływie ustalonym płynu ilość płynu przepływająca w jednostce czasu nie ulega zmianie i w związku z tym, jeśli płyn jest izolowany, to energia jednostki masy płynu także nie ulega zmianie. Podczas izolowanego, ustalonego przepływu płynu zmieniać się mogą następujące rodzaje energii:

- energia kinetyczna $e_k = \frac{E_k}{m} = \frac{\frac{m \bullet w^2}{2}}{m} = \frac{w^2}{2}$
- energia ciśnienia $e_c = \frac{E_c}{m} = \frac{W_c}{m} = \frac{F_c \bullet s}{m} = \frac{p \bullet A \bullet s}{m} = \frac{p \bullet V}{\rho \bullet V} = \frac{p}{\rho}$
- energia potencjalna (pola grawitacyjnego) $e_p = \frac{E_p}{m} = \frac{m \bullet g \bullet h}{m} = g \bullet h$

Wyprowadzenie energii ciśnienia zakłada stałą gęstość płynu. Stąd równanie Bernoulliego z tak określona energia ciśnienia dotyczy tylko cieczy i gazów, dla których zmiana gęstości jest zaniedbywana. Równanie Bernoulliego przedstawia sumę energii kinetycznej, potencjalnej i energii ciśnienia płynu

$$e_k + e_c + e_p = const$$

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \bullet h = const$$

Dla gazów zmiana energii potencjalnej (pola grawitacyjnego) jest pomijalnie mała, ponieważ ciężar gazu jest porównywalny w atmosferze ziemskiej z siłą wyporu. Równanie Bernoulliego dla gazów (o zaniedbywanej zmianie gęstości) przyjmuje postać

$$\frac{w^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

Dla $\rho \approx \text{const}$ otrzymujemy

$$\frac{\rho \cdot w^2}{2} + p = \text{const}$$

Jest to jednocześnie równanie Bernoulliego dla przepływu poziomego ($h = \text{const}$). Wymiarem powyższego równania jest ciśnienie, stąd równanie można zapisać następująco

$$p_c = p + \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

gdzie p_c - ciśnienie całkowite (ciśnienie całkowite jest to ciśnienie płynu, dla którego całą energię kinetyczną zamieniono na energię ciśnienia, co oznacza prędkość płynu równa zero, czyli jest to energia ciśnienia płynu po zatrzymaniu)

p - ciśnienie statyczne

$\frac{\rho \cdot w^2}{2}$ - ciśnienie dynamiczne (ciśnienie dynamiczne jest to ciśnienie, jakie można uzyskać z energii kinetycznej płynu)

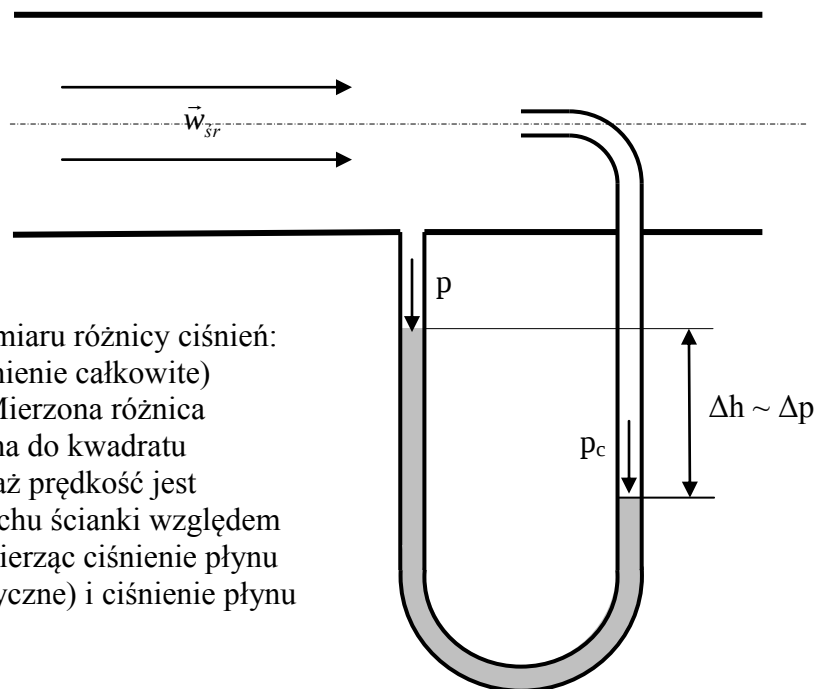
Ciśnienie dynamiczne płynu może być zmierzone jako różnica ciśnienia całkowitego i ciśnienia statycznego

$$\frac{\rho \cdot w^2}{2} = p_c - p = \Delta p$$

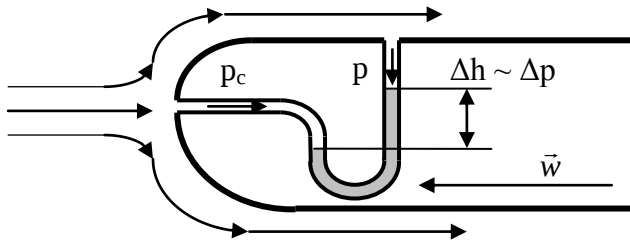
Ciśnienie dynamiczne umożliwia określenie prędkości płynu

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}$$

Najprostszym urządzeniem do pomiaru prędkości płynu jest rurka Pitota



Rurka Pitota służy do pomiaru różnicy ciśnień: ciśnienia spiętrzenia (ciśnienie całkowite) i ciśnienia statycznego. Mierzona różnica ciśnień jest proporcjonalna do kwadratu prędkości płynu. Ponieważ prędkość jest względna, to prędkość ruchu ścianki względem płynu można zmierzyć mierząc ciśnienie płynu na ściance (ciśnienie statyczne) i ciśnienie płynu na czole (przód) ścianki



Z równaniem Bernoulliego i równaniem ciągłości strugi związany jest paradoks hydrauliczny.

$$\frac{\rho \cdot w_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \cdot w_2^2}{2} + p_2 \quad w_1 > w_2 \Rightarrow p_1 < p_2 \quad w_1 < w_2 \Rightarrow p_1 > p_2$$

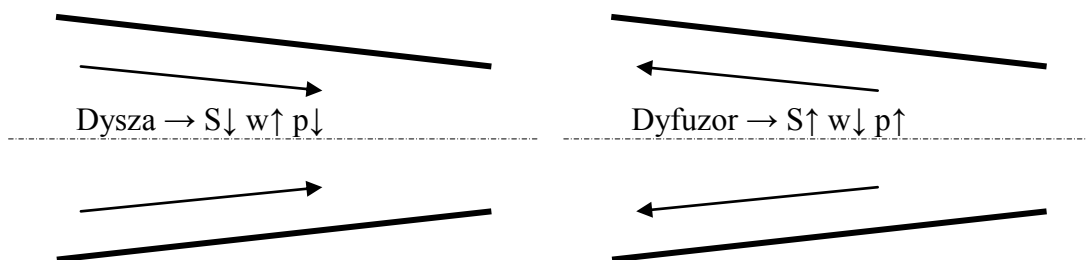
$$w_1 \cdot S_1 = w_2 \cdot S_2 \quad w_1 > w_2 \Rightarrow S_1 < S_2 \quad w_1 < w_2 \Rightarrow S_1 > S_2$$

$$S \downarrow \Rightarrow p \downarrow \cap w \uparrow \quad S \uparrow \Rightarrow p \uparrow \cap w \downarrow$$

Paradoks hydrauliczny polega na tym, że zmniejszenie przekroju kanału przepływowego zwiększa prędkość przepływu płynu ($w_1 > w_2 \Rightarrow S_1 < S_2$), co z kolei zmniejsza jego ciśnienie ($w_1 > w_2 \Rightarrow p_1 < p_2$) i odwrotnie zwiększenie przekroju kanału przepływowego zmniejsza prędkość przepływu płynu i zwiększa jego ciśnienie ($S \uparrow \Rightarrow p \uparrow \cap w \downarrow$). W potocznym mniemaniu zmniejszenie przekroju kanału przepływowego zwiększa prędkości przepływu płynu i jednocześnie zwiększa jego ciśnienie, co nie jest zgodne z rzeczywistością.

Dysze i dyfuzory

Zmiana przekroju kanału przepływowego zmienia ciśnienie i prędkość płynu. Dla płynów nieściśliwych prędkość rośnie, a ciśnienie maleje w kanałach o malejącym przekroju. Kanał taki nazywamy dyszą. Prędkość maleje i ciśnienie rośnie w kanałach o zwiększającym się przekroju kanału przepływowego. Kanał taki nazywamy dyfuzorem.



Identyczny kształt dyszy i dyfuzora dotyczy płynu ściśliwego, dla którego zmiana ciśnienia jest nieduża. Dla dużych zmian ciśnienia płynu ściśliwego w przepływie ustalonym nie można pominąć jego zmiany gęstości. Prędkość rozprężającego się gazu określa wzór

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

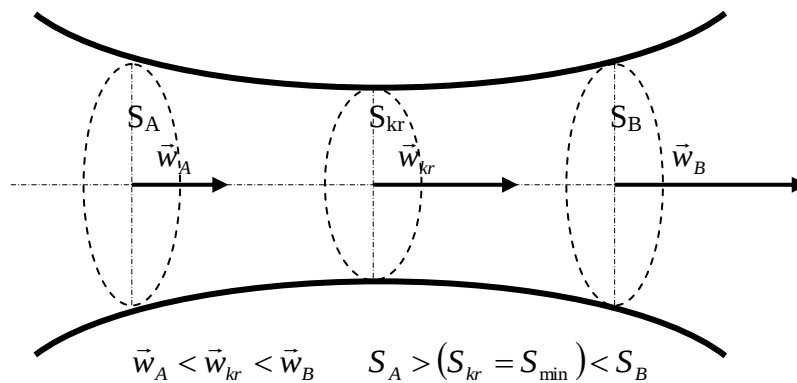
Jeśli w_2 dąży do wartości maksymalnej ($w_2 \rightarrow w_{\max}$) to ciśnienie gazu p_2 dąży do zera ($p_2 \rightarrow 0$). Z równania Clapeyrona

$$\frac{p}{\rho} = R \cdot T$$

wynika, że jeśli ciśnienie gazu dąży do zera, to objętość gęstość gazu dąży do nieskończoności ($V \rightarrow \infty$), a gęstość gazu dąży do zera ($\rho \rightarrow 0$). Z równania ciągłości strugi dla płynu ściśliwego

$$Q_m = \rho \cdot S \cdot w = \text{const}$$

wynika, że jeśli prędkość gazu w dąży do wartości maksymalnej ($w \rightarrow w_{\max}$) i gęstość gazu ρ dąży do zera ($\rho \rightarrow 0$), pole przekroju poprzecznego kanału przepływowego S także musi dążyć do nieskończoności ($S \rightarrow \infty$). Ponieważ dla małych zmian ciśnienia pole przekroju poprzecznego kanału przepływowego maleje, to oznacza, że dla pewnej prędkości oznaczanej jako prędkość krytyczna w_{kr} pole przekroju poprzecznego kanału przepływowego S_{kr} osiąga wartość minimalną ($S_{\min} = S_{kr}$). Przepływ gazu z prędkością krytyczną nazywamy przepływem krytycznym.



Ponieważ prędkość gazu zależy od parametrów początkowych $\left(\frac{p_1}{\rho_1} \right)$ i własności gazu

$\left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} \right)$, to przepływ krytyczny zależy od stosunku ciśnień $\left(\frac{p_2}{p_1} \right)$. Krytyczny stosunek ciśnień określa zależność

$$\beta = \frac{p_{kr}}{p_1}$$

Podstawiając parametry krytyczne do wzorów:

- natężenie przepływu $Q_r = S_{kr} \cdot \rho_{kr} \cdot w_{kr}$

- prędkość płynu $w_{kr} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_{kr}}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$

- rozprężanie adiabatyczne $\frac{p_1}{\rho_1^\kappa} = \frac{p_{kr}}{\rho_{kr}^\kappa}$

otrzymujemy

$$Q_m = S_{kr} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa - 1} \cdot p_1 \cdot \rho_1 \cdot \left(\beta^{\frac{2}{\kappa}} - \beta^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}$$

Ponieważ pole przekroju poprzecznego kanału przepływowego S_{kr} osiąga wartość minimalną ($S_{min} = S_{kr}$), to wyrażenie pod pierwiastkiem osiąga wartość maksymalną, co zachodzi wówczas, gdy funkcja

$$f(\beta) = \beta^{\frac{2}{\kappa}} - \beta^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}$$

Także osiąga wartość maksymalną. Funkcja osiąga ekstremum wówczas, gdy jej pierwsza pochodna równa jest zero

$$f'(\beta) = \frac{2}{\kappa} \cdot \beta^{\frac{2}{\kappa}-1} - \frac{\kappa+1}{\kappa} \cdot \beta^{\frac{\kappa+1}{\kappa}-1} = 0$$

Po przekształceniach otrzymujemy

$$\beta = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Parametry krytyczne wynoszą:

- ciśnienie krytyczne $p_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \cdot p_1$

- gęstość krytyczna $\rho_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \cdot \rho_1$

- temperatura krytyczna $T_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right) \cdot T_1$

- prędkość krytyczna $w_{kr} = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa+1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1}}$

Dla powietrza ($\kappa = 1,4$) przy ciśnieniu $p_b = 1013[hPa]$ i gęstości $\rho = 1,22 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$ prędkość

krytyczna wynosi $w_{kr} = 311 \left[\frac{m}{s} \right]$. Prędkość krytyczna jest to prędkość dźwięku. Dźwięk jest

to fala akustyczna, czyli fala zgęszczenia/rozrzedzenia ośrodka. Zagęszczenie/rozrzedzenie ośrodka może być określone zmianą gęstości ośrodka lub jego ciśnienia. Prędkość dźwięku jest to lokalna prędkość rozchodzenia się zmiany ciśnienia. Prędkość płynu ściśliwego można określić jako krotność prędkości dźwięku

$$M = \frac{w}{a}$$

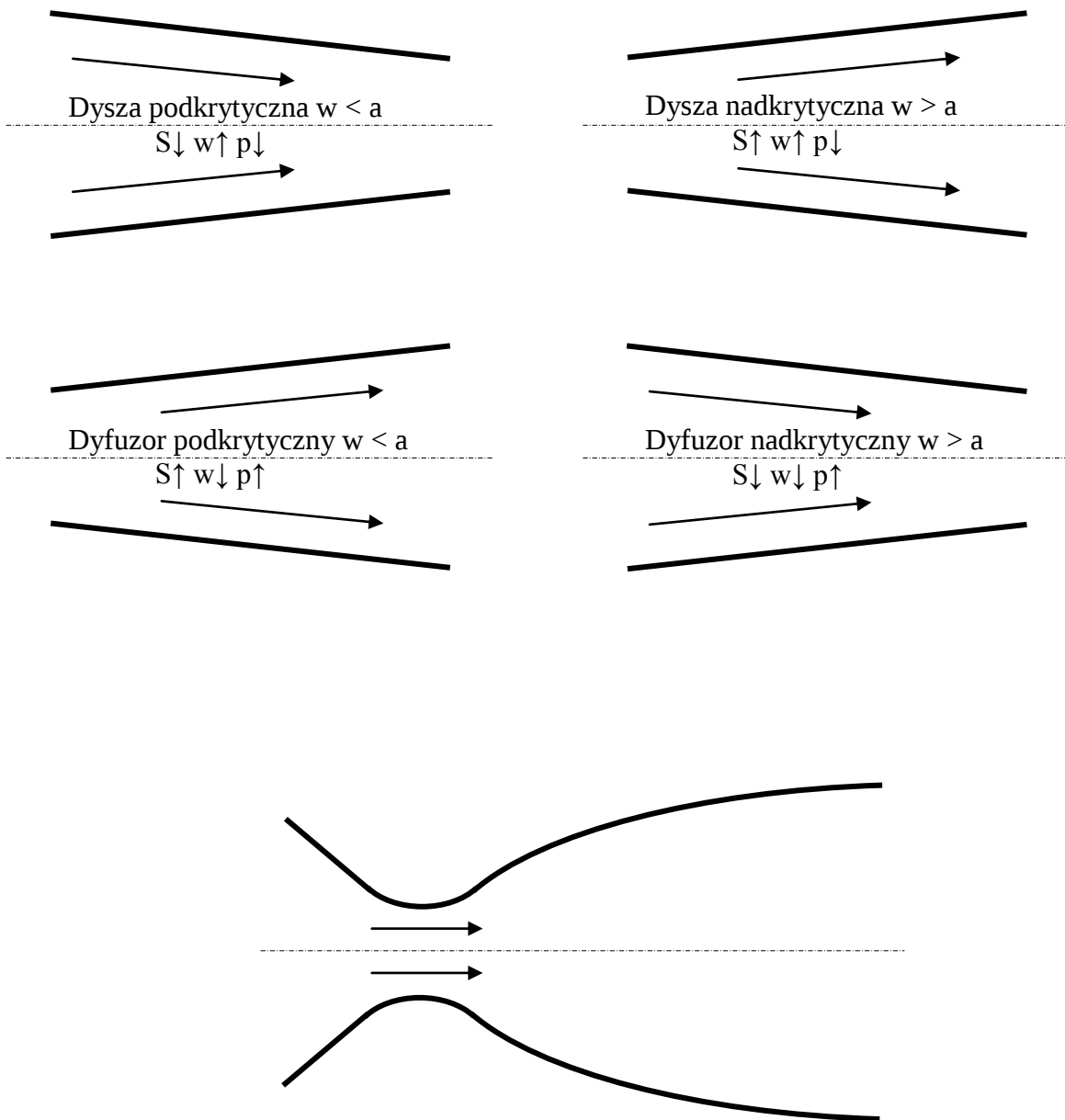
gdzie a - prędkość dźwięku

M – liczba Macha (liczba Macha jest liczbą podobieństwa; dwa przepływy określone tą samą wartością liczby podobieństwa są podobne (nie różnią się) ze względu na kryterium podobieństwa danej liczby podobieństwa)

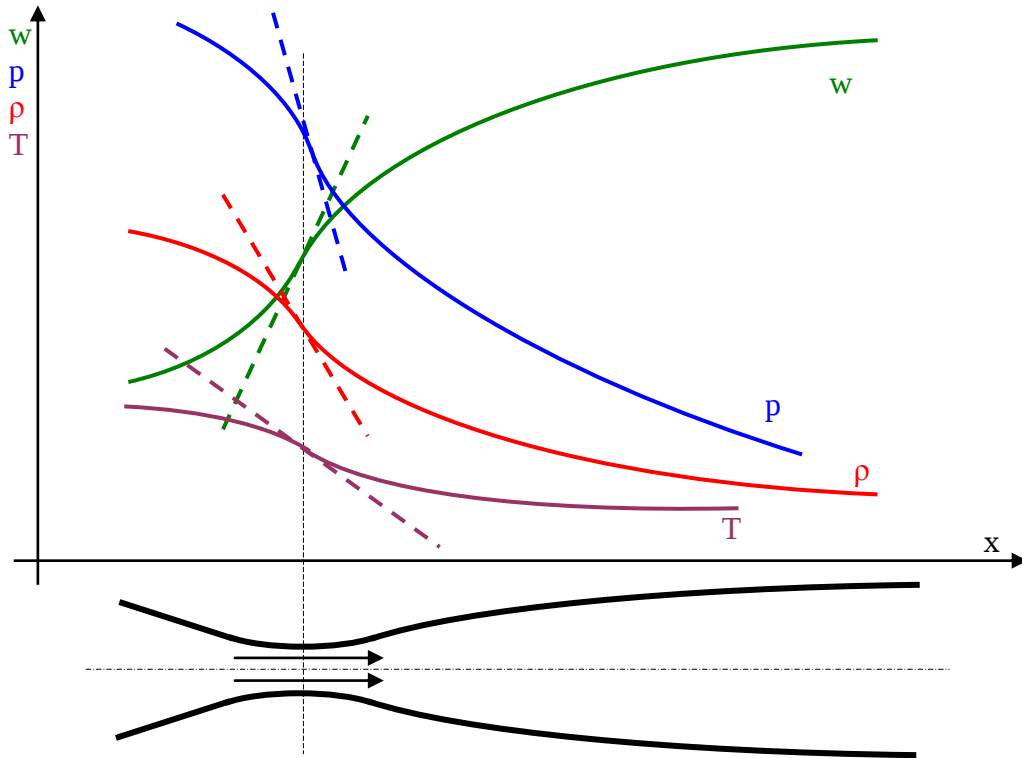
Ze względu na liczbę Macha rozróżniamy przepływy:

- $M < 1$ przepływ podkrytyczny (poddźwiękowy)
- $M = 1$ przepływ krytyczny (przepływ z prędkością dźwięku)
- $M > 1$ przepływ nadkrytyczny (naddźwiękowy)

Przepływy podkrytyczny i nadkrytyczny różnią się kształtem dyszy i dyfuzora.



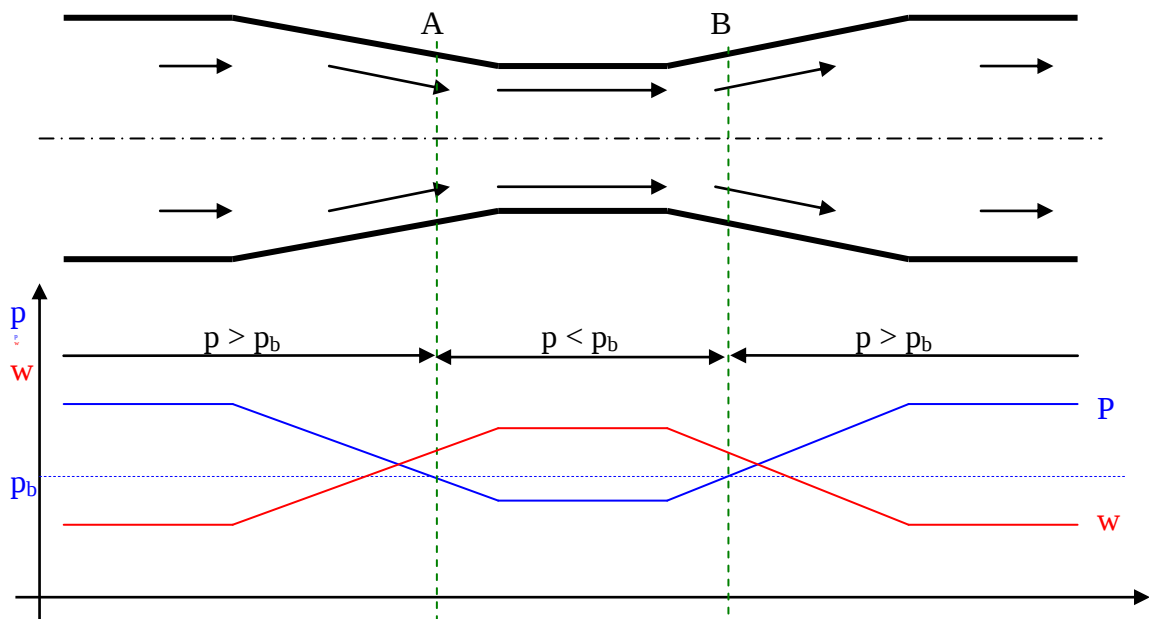
Kanał przepływowy, w którym płyn ściśliwy może przekroczyć prędkość krytyczną ma kształt zbieżno-rozbieżny. Dysz, której można płyn ściśliwy przyśpieszyć do prędkości nadkrytycznej nazywa się dyszą de Lavalą. Podczas przepływu gazu w dyszy de Lavalą zmieniają się parametry gazu: ciśnienie, temperatura, gęstość, a także zmienia się prędkość wzdłuż kanału przepływowego



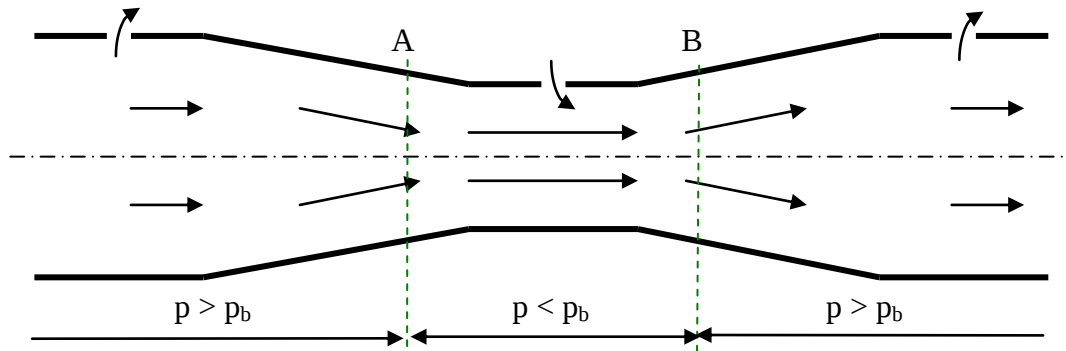
Krzywe zmiany temperatury, ciśnienia, gęstości i prędkości mają w przekroju krytycznym kanału przepływowego punkt przegięcia. Oznacza to, że krzywe te zmieniają kształt z wklęsłego na wypukły lub odwrotnie, czyli krzywe te przechodzą z jednej strony stycznej (linia przerywana) na drugą stronę.

Strumienice

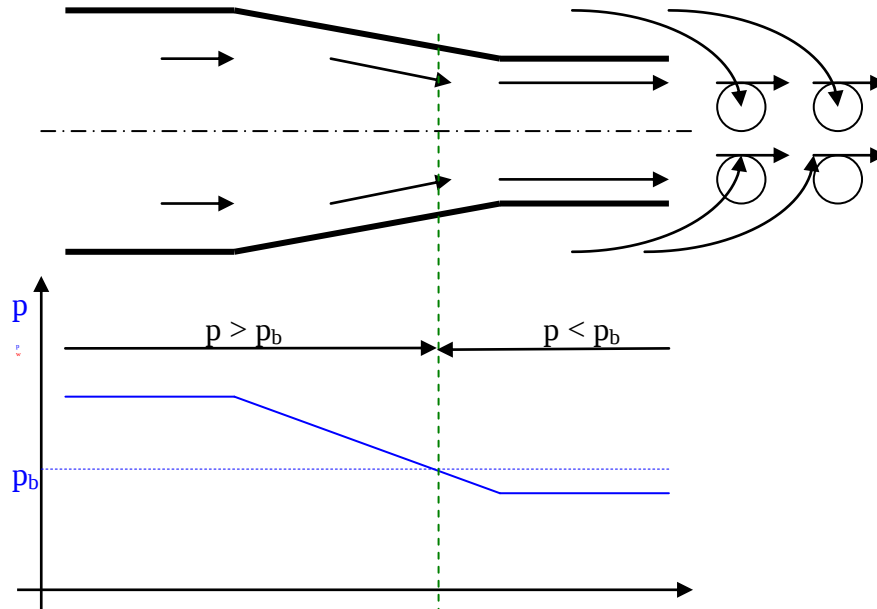
Zmiana prędkości płynu względem ścianki zmienia ciśnienie płynu. W przypadku, gdy z jednej strony ścianki panuje ciśnienie otoczenia, a drugiej strony płynie płyn, to może wystąpić sytuacja, w której ciśnienie po obu stronach ścianki będzie się różniło. Najprostszy takim przypadkiem jest przepływ w kanale zamkniętym



Ciśnienie w kanale przepływowym do przekroju A jest wyższe niż ciśnienie otoczenia p_b . Między przekrojami A i B ciśnienie w kanale przepływowym jest mniejsze niż ciśnienie otoczenia p_b . Od przekroju B ciśnienie w kanale przepływowym ponownie jest wyższe niż ciśnienie otoczenia p_b . Jeśli w ścianie kanału przepływowego wykonamy otwór to dla otworu wykonanego między przekrojem A i B do wnętrza kanału przepływowego zostanie zassany płyn z otoczenia. Dla pozostałych odcinków kanału przepływowego przez otwór w ścianie kanału płyn wypłynie na zewnątrz, co przedstawia rysunek

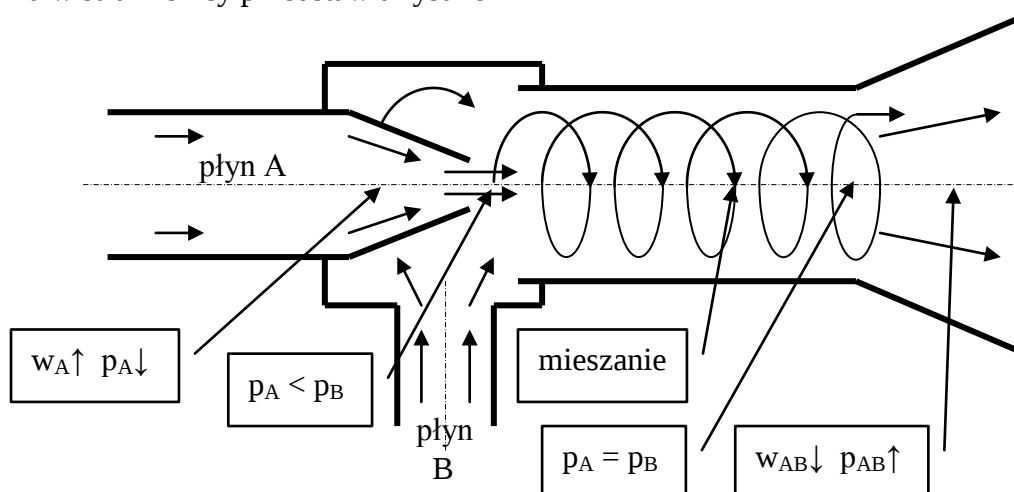


Jeśli skrócimy kanał przepływowy, to bez udziału ścianki kanału przepływowego strumień płynu o ciśnieniu mniejszym od ciśnienia otoczenia wypływa z kanału przepływowego. Brak ścianki oddzielającej płyn od otoczenia oznacza, że płyn z otoczenia będzie się mieszał z płynem wypływającym z kanału przepływowego. Proces mieszania będzie kontynuowany do wyrównania ciśnień między ciśnieniem płynu w strudze (poza kanałem przepływowym), a ciśnieniem otoczenia. Mieszanie się płynu wypływającego z kanału przepływowego z płynem otoczenia przedstawia rysunek



Ponieważ płyn z kanału przepływowego wypływa bezpośrednio do otoczenia, to proces mieszania nie może być kontrolowany. Kontrolowanie procesu mieszania możliwe jest wówczas, gdy obszar mieszania oddzielony jest od otoczenia ścianką, a szczelina (otwór lub dodatkowy kanał przepływowy), którą zasysany jest drugi płyn ma ustalone pole powierzchni. Ponieważ mieszanie odbywa się wówczas w kanale zamkniętym, to można przez zwiększenie pola przekroju poprzecznego tego kanału zmniejszyć prędkość przepływu powstałej

mieszaniny i zwiększyć jej ciśnienie. Urządzenie takie nazywamy strumienicą. Proces mieszania w strumienicy przedstawia rysunek



Strumienica jest wykorzystywana do mieszania np. w palnikach paliwa z powietrzem. W układach pompowo-strumienicowych pozwala na uzyskanie zdolności samozasysania układu lub zwiększa dopuszczalną wysokość ssania.

Liczba Reynoldsa

Przepływy płynów należą do zjawisk trudnych do badania i opisu. W wielu przypadkach konieczne jest przeprowadzanie badań modelowych i wyciąganie z nich wniosków przenoszonych na obiekty o znacznych rozmiarach. Warunkiem przeniesienia wniosków uzyskanych na obiekcie o innych wymiarach jest podobieństwo obiektów i przepływów. W przypadku obiektów można się ograniczyć do geometrycznego podobieństwa obiektów. W przypadku przepływów mówienie o podobieństwie przepływów o różnych rozmiarach wymaga porównania wielkości fizycznych (np. prędkości, siły, własności płynów). W zależności od tego, jakie wielkości fizyczne porównujemy, otrzymujemy różne kryteria podobieństwa przepływu. Aby wynik porównania wielkości fizycznych w różnych przepływach był niezależny od przyjętego układu jednostek miar, stosuje takie kryteria porównania, które dają wyniki bezwymiarowe. Najważniejszymi wielkościami fizycznymi mającymi wpływ na przepływ płynu są: prędkość płynu ($\vec{w}$), lepkość płynu (ν), wielkość przepływu, która może być określona rozmiarem kanału przepływowego (d) dla przepływu zamkniętego lub wielkością/krzywizną ścianki dla przepływu otwartego. Układ wielkości fizycznych $\frac{w \cdot d}{\nu}$ daje liczbę bezwymiarową. Ponieważ prędkość jest wielkością fizyczną

związaną z bezwładnością, to liczba bezwymiarowa $\frac{w \cdot d}{\nu}$ jest stosunkiem siły bezwładności do siły lepkości w ustalonym przepływie płynu. Liczbę tą nazywamy liczbą Reynoldsa Re

$$Re = \frac{w \cdot d_h}{\nu}$$

gdzie d_h jest średnicą hydrauliczną przewodu zamkniętego.

Średnica hydrauliczna jest definiowana jako stosunek pola przekroju poprzecznego kanału przepływowego S do jego obwodu zwilżonego U . Najczęściej przyjmuje się, że obwód geometryczny jest równy obwodowi zwilżonemu

$$d_h = \frac{4 \cdot S}{U}$$

Tak zdefiniowana średnica hydrauliczna jest równa wymiarowi charakterystycznemu dla najważniejszych typowych kształtów przewodów hydraulicznych:

- dla przekroju kołowego

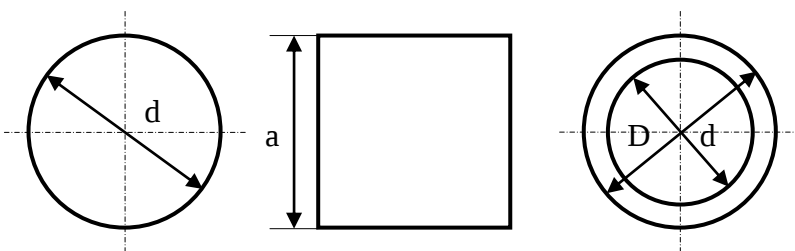
$$d_h = d$$

- dla przekroju kwadratowego

$$d_h = a$$

- dla szczeliny pierścieniowej

$$d_h = D - d$$



W przypadku, gdy ciężar płynu odgrywa ważną rolę w przepływie, najważniejszymi wielkościami fizycznymi mającymi wpływ na przepływ płynu są: prędkość płynu ($\vec{w}$), lepkość płynu (ν), wielkość kanału przepływowego (d_h) i przyspieszenie ziemskie (g). Z wielkości tych można utworzyć dwie liczby bezwymiarowe. Pierwszą jest liczba Reynoldsa, a drugą układ wielkości fizycznych $\frac{w^2}{d_h \cdot g}$. Ponieważ prędkość jest wielkością fizyczną

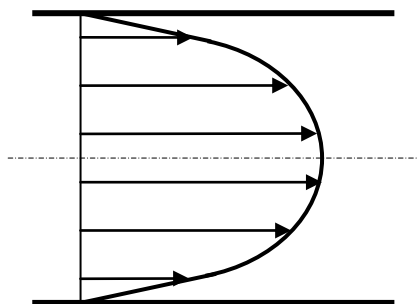
związaną z bezwładnością, to liczba bezwymiarowa $\frac{w^2}{d_h \cdot g}$ jest stosunkiem siły bezwładności do siły ciężkości w ustalonym przepływie płynu. Liczbę tę nazywamy liczbą Froude'a F

$$F = \frac{w^2}{d_h \cdot g}$$

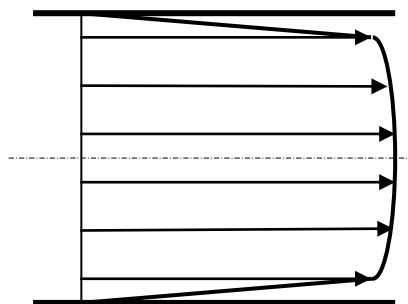
Liczba Macha M jest stosunkiem prędkości płynu do prędkości rozchodzenia się zaburzenia w płynie (prędkość dźwięku).

$$M = \frac{w}{a}$$

Liczba Macha określa wpływ ściśliwości płynu na przepływ płynu. Liczba Reynoldsa i liczba Macha są używane do opisu zjawisk krytycznych w przepływie płynu. Zjawiskiem krytycznym w przepływie płynu nazywamy takie zjawisko, w którym niewielka zmiana prędkości płynu wywołuje bardzo duże zmiany w przepływie. W przypadku liczby Macha zjawiska krytyczne występują dla liczby Macha $M = 1$. Przepływy dla liczby Macha $M < 1$ nazywamy przepływami poddźwiękowymi, a dla liczby Macha $M > 1$ nazywamy przepływami nadźwiękowymi. W przypadku liczby Reynoldsa zjawisko krytyczne dla kanału zamkniętego występuje dla liczby Reynoldsa $Re = 2300$. Liczba Reynoldsa o wartości 2300 nazywana jest Re_{kr} (krytyczna wartość liczby Reynoldsa). Przepływ dla liczby Reynoldsa $Re < Re_{kr}$ nazywamy przepływem laminarnym (uwarstwionym), a dla liczby Reynoldsa $Re > Re_{kr}$ nazywamy przepływem turbulentnym (burzliwym). Przepływ laminarny i przepływ turbulentny różnią się profilami prędkości.



Profil prędkości przepływu laminarnego

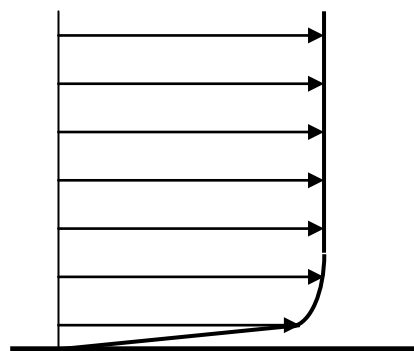
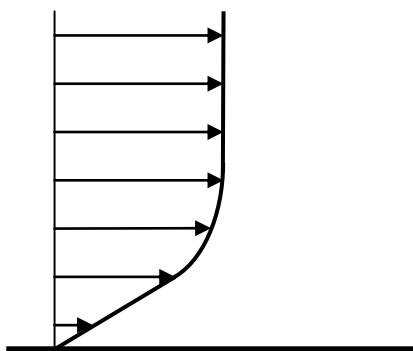


Profil prędkości przepływu turbulentnego

Cechą charakterystyczną przepływu laminarnego jest jego uwarstwienie. Poszczególne „warstwy” płynu nie mieszają się ze sobą. Stąd prędkość ruchu kolejnych „warstw” płynu (licząc od ścianki) jest coraz większa. W przypadku kanału zamkniętego prędkości zmieniają się w całym przekroju poprzecznym. Cechą charakterystyczną przepływu turbulentnego jest mieszanie się płynu podczas przepływu. W przypadku kanału zamkniętego w jego środkowej części płyn porusza się ze stałą prędkością, co oznacza, że między dwoma sąsiednimi „warstwami” w środkowej części nie ma różnicy prędkości. Jest to efekt mieszania wyrównującego prędkości. Przejście z przepływu laminarnego do turbulentnego polega na tym, że dla $Re > Re_{kr}$ przypadkowe zaburzenie niszczy warstwową strukturę przepływu. Jeśli prędkość płynu będziemy zwiększali bardzo wolno (wzrost prędkości nie będzie źródłem zaburzenia), to możliwe będzie utrzymanie warstwowej struktury przepływu nawet dla bardzo dużych liczb Reynoldsa (rzędu 10^4). Z tego względu $Re_{kr} = 2300$ nazywane jest dolną granicą wartości krytycznej liczby Reynoldsa (dla zamkniętego kanału przepływowego). Dla otwartego kanału przepływowego liczbę Reynoldsa określa wzór

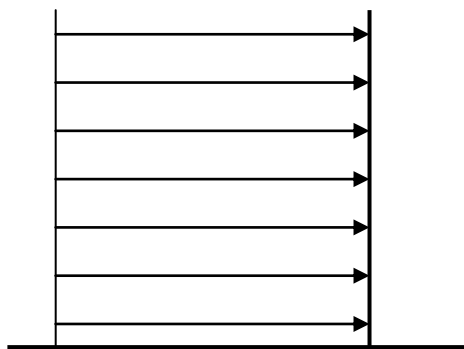
$$Re = \frac{w \cdot l}{\nu}$$

gdzie l – jest charakterystyczny wymiarem opływanej powierzchni. Dla powierzchni o bardzo dużej długości w kierunku przepływu za wymiar charakterystyczny l przyjmuje się promień krzywizny powierzchni w kierunku przepływu. Dla powierzchni tworzących kształty zamknięte za wymiar charakterystyczny przyjmuje się długość powierzchni w kierunku przepływu. Dla profili wytwarzających siły aerodynamiczne przyjmuje się, że długością charakterystyczną jest cięciwa. Ponieważ dla porównywalnych przepływów średnica hydrauliczna kanału zamkniętego jest wielokrotnie mniejsza od wymiaru charakterystycznego kanału otwartego, to dla przepływów otwartych $Re_{kr} = 30\,000 \div 80\,000$. W kanałach otwartych wpływ ścianki na prędkość ruchu płynu względem ścianki w pewnej odległości od ścianki się kończy. Oznacza to, że dla kanałów otwartych przepływ laminarny i turbulentny różnią się kształtem profili prędkości w sąsiedztwie ścianki



Profil prędkości przepływu laminarnego Profil prędkości przepływu turbulentnego

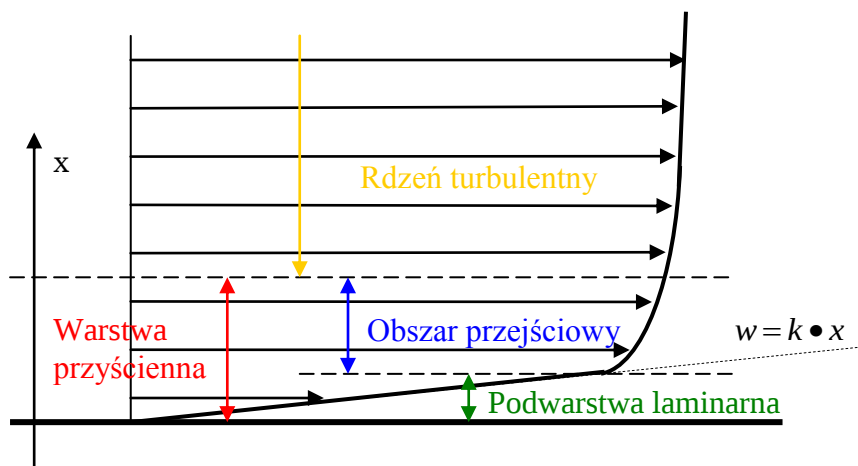
Jeśli płyn nie wykazuje lepkości (płyn nielepki, płyn doskonały), czyli $\nu = 0$, to wartość liczby Reynoldsa dla takiego płynu równa jest nieskończoności. Oznacza to, że przepływ przy dużych wartościach liczby Reynoldsa jest prawie porównywalny z przepływem nielepkiem. Porównując profile prędkości przepływu laminarnego i przepływu turbulentnego z profilem prędkości płynu nielepkiego widać, że przepływy te różnią się zachowaniem warstwy płynu stykającej się ze ścianką. Warstwa ta nazywana jest warstwą przyścienną



Profil prędkości płynu nielepkiego

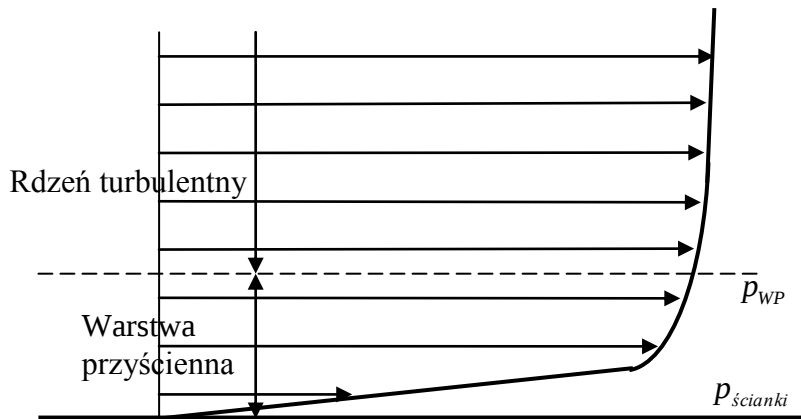
Warstwa przyścienna

Warstwą przyścienną nazywamy warstwę płynu stykającą się ze ścianką. W warstwie tej prędkość płynu zmienia się gwałtownie od wartości zero bezpośrednio na ścianie. Przyczyną zmian prędkości płynu w warstwie przyściennej jest lepkość płynu. Jeśliby określić lokalne wartości liczby Reynoldsa w poszczególnych miejscach warstwy przyściennej, to okazałoby się, że wraz ze zwiększaniem odległości od ścianki wartość liczby Reynoldsa rośnie. Oznacza to, że dla warstw płynu sąsiadujących ze ścianką $Re < Re_{kr}$, czyli w warstwach tych mamy do czynienia z przepływem laminarnym. Jeśli w pewnej odległości od ścianki lokalnie przekroczymy Re_{kr} , to pojawiają się warstwy płynu o przepływie turbulentnym. Na profilu prędkości będzie można wyróżnić warstwę o przepływie laminarnym, warstwę o przepływie turbulentnym i warstwę przejściową między przepływem laminarnym, a turbulentnym. Strukturę warstwy przyściennej przedstawia rysunek



W podwarstwie laminarnej prędkość jest proporcjonalna do odległości od ścianki ($w = k \cdot x$). Przyczyną zmiany prędkości w podwarstwie laminarnej jest lepkość płynu. Jeśli podwarstwa laminarna jest łatwa do zdefiniowania, to wielkość obszaru przejściowego, a co za tym idzie grubość warstwy przyściennej określana jest umownie. W obszarze przejściowym prędkość nie jest proporcjonalna do odległości od ścianki, ale główną przyczyną zmiany prędkości płynu nadal jest lepkość. Zmiana prędkości płynu w warstwie przyściennej jest związana ze stratą energii kinetycznej. Opór lepki zamienia energię kinetyczną płynu na ciepło. Oznacza to, że do zmiany prędkości w warstwie przyściennej niemożna zastosować równania Bernoulliego,

ponieważ zmiana prędkości płynu w warstwie przyściennej nie pociąga za sobą zmian ciśnienia płynu.



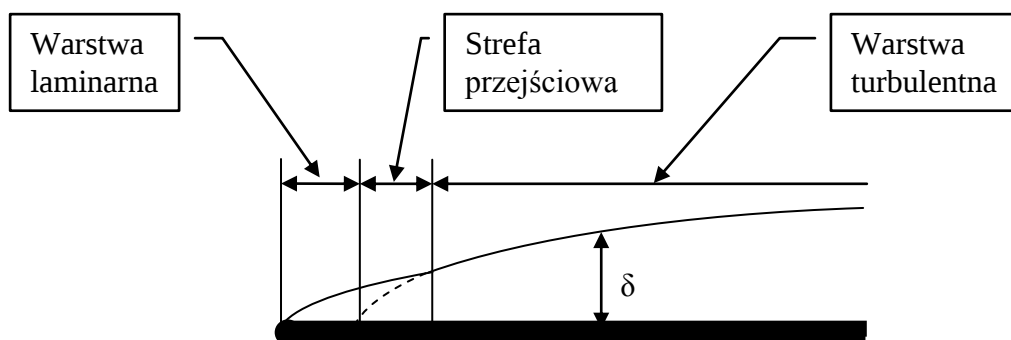
Wynika z tego, że ciśnienie na granicy warstwy przyściennej p_{WP} jest w przybliżeniu równe ciśnieniu na ścianie $p_{ścianki}$ ($p_{WP} \approx p_{ścianki}$). Równość ta pociąga za sobą dwie bardzo ważne konsekwencje:

- ciśnienie mierzone na ścianie jest ciśnieniem rdzenia płynu
- ciśnienie rdzenia płynu działa bezpośrednio na ściankę.

Konsekwencje te są niezależne od grubości warstwy przyściennej. Grubość warstwy przyściennej zależy od bardzo wielu czynników. W danym miejscu ścianki grubość warstwy przyściennej jest odwrotnie proporcjonalna do liczby Reynoldsa. Pomiary wykazują, że w danym miejscu ścianki grubość warstwy przyściennej δ dla przepływów laminarnych

wynosi $\delta = \frac{k}{\sqrt{\text{Re}}}$, dla przepływów turbulentnych wynosi $\delta = \frac{k}{\sqrt[5]{\text{Re}}}$. Jednocześnie grubość

warstwy przyściennej zależy od odległości od początku ścianki. Grubość warstwy przyściennej na początku ścianki równa jest zero. Proces tworzenia się warstwy przyściennej przedstawia rysunek



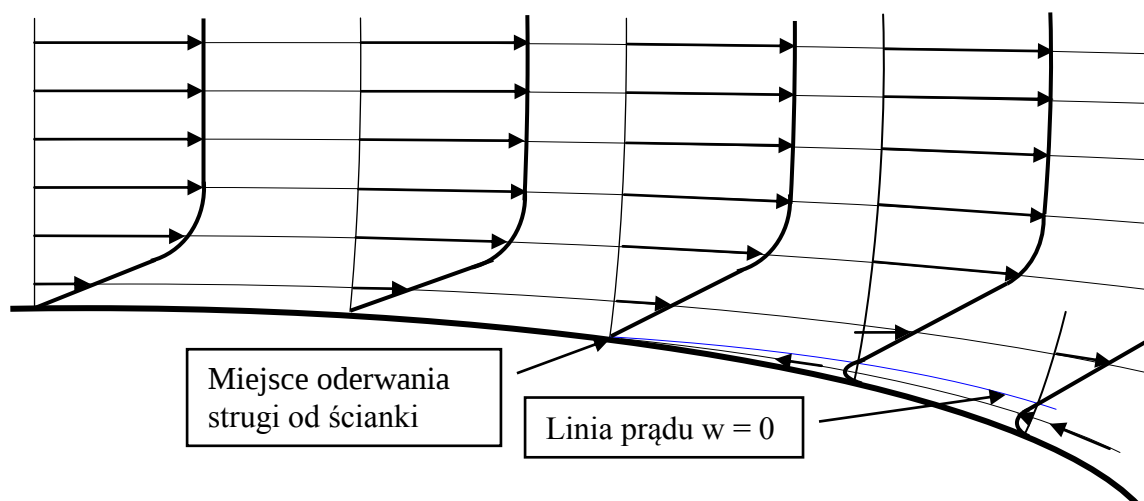
Z przedstawionego na rysunku procesu tworzenia się warstwy przyściennej nie wynika, że grubość turbulentnej warstwy przyściennej jest większa od laminarnej warstwy przyściennej. Z rysunku wynika, że grubość początkowej warstwy przyściennej, która musi mieć charakter laminarny, wzrasta po pojawieniu się turbulencji. Najczęściej przyjmuje się następujące współczynniki doświadczalne we wzorach na grubość warstwy przyściennej w odległości x od początku ścianki:

- dla przepływu laminarnego $k = 5,5 \cdot x$ $\delta = \frac{5,5 \cdot x}{\sqrt{Re}}$
- dla przepływu turbulentnego $k = 0,38 \cdot x$ $\delta = \frac{0,38 \cdot x}{\sqrt[5]{Re}}$.

Na grubość warstwy przyściennej wpływa kształt ścianki. Ścianka zbieżna (ścianka wchodzi w strugę) pocienia warstwę przyścienną, a ścianka rozbieżna (ścianka odchodzi od strugi) pogrubia warstwę przyścienną. Pogrubienie warstwy przyściennej przez ściankę rozbieżną oznacza rozciąganie warstwy przyściennej.

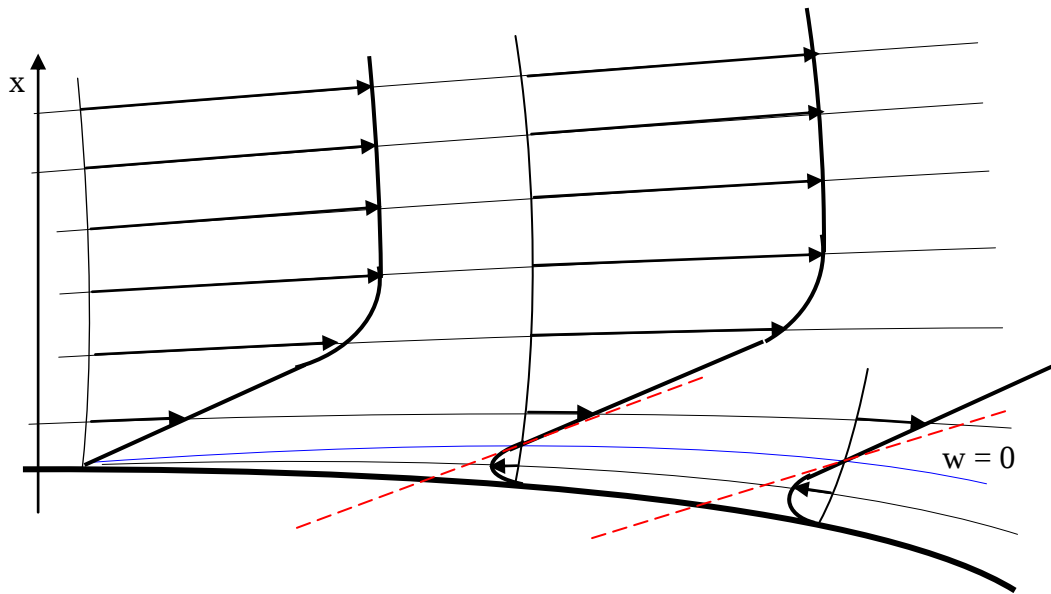
Oderwanie strugi od ścianki

Zmiana prędkości płynu w warstwie przyściennej jest wywołana siłami lepkości. Oznacza to, że siły lepkości odpowiedzialne są za „przyklejenie” płynu do ścianki. Jeśli ścianka wchodzi w strugę (ścianka zbieżna), to siły bezwładności mają składową skierowaną do ścianki. Płyn na ścianie utrzymywany jest siłą lepkości i dociskany składową siły bezwładności skierowaną do ścianki. Jeśli ścianka odchodzi od strugi (ścianka rozbieżna), to siły bezwładności mają składową skierowaną od ścianki. Płyn na ścianie utrzymywany jest siłą lepkości i odrywany od ścianki składową siły bezwładności skierowaną od ścianki. W przypadku ścianki zbieżnej siła bezwładności dociskając warstwę przyścienną do ścianki zmniejsza grubość warstwy przyściennej. W przypadku ścianki rozbieżnej siła bezwładności odrywając warstwę przyścienną do ścianki zwiększa grubość warstwy przyściennej. Jeśli odrywające działanie siły bezwładności zrównoważy „przyklejające” działanie siły lepkości, to płyn zostanie oderwany od ścianki.



W miejscu oderwania strugi od ścianki pojawia się druga linia prądu $w = 0$ (linia niebieska). Ponieważ linia ta jest oddalona od ścianki, to między linią $w = 0$ i ścianką przepływ płynu musi się odbywać w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu strugi. W przeciwnym przypadku (między linią $w = 0$ i ścianką przepływ płynu odbywa się w kierunku ruchu strugi) siły lepkości wyrównałyby prędkości w okolicy linii $w = 0$ i oderwanie strugi od ścianki

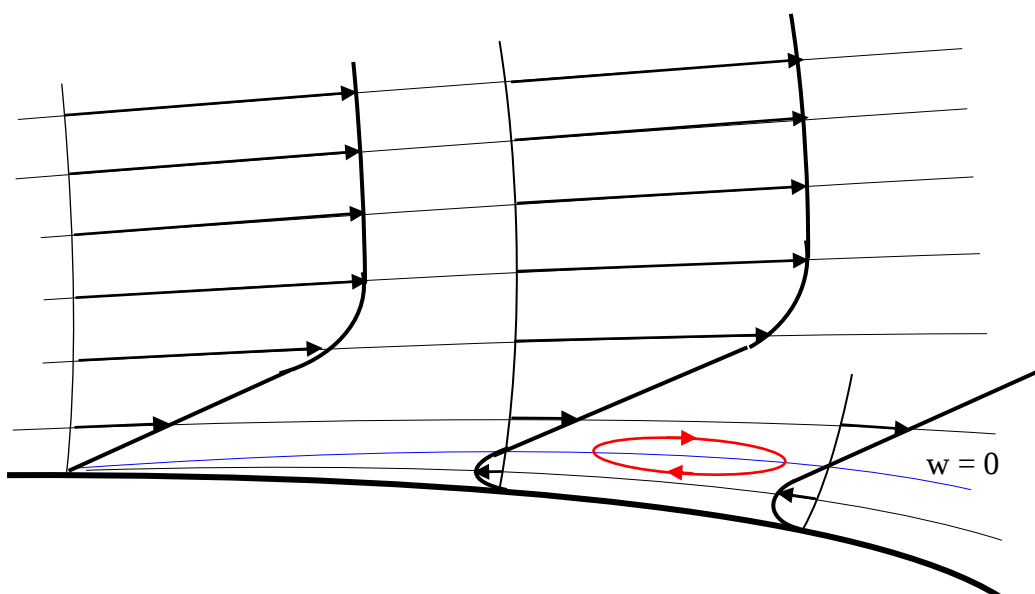
zostałyby zlikwidowane. Profil prędkości na linii $w = 0$ ma punkt przegięcia, czyli punkt, w którym linia przechodzi z jednej strony stycznej (przerywana linia czerwona) na drugą.



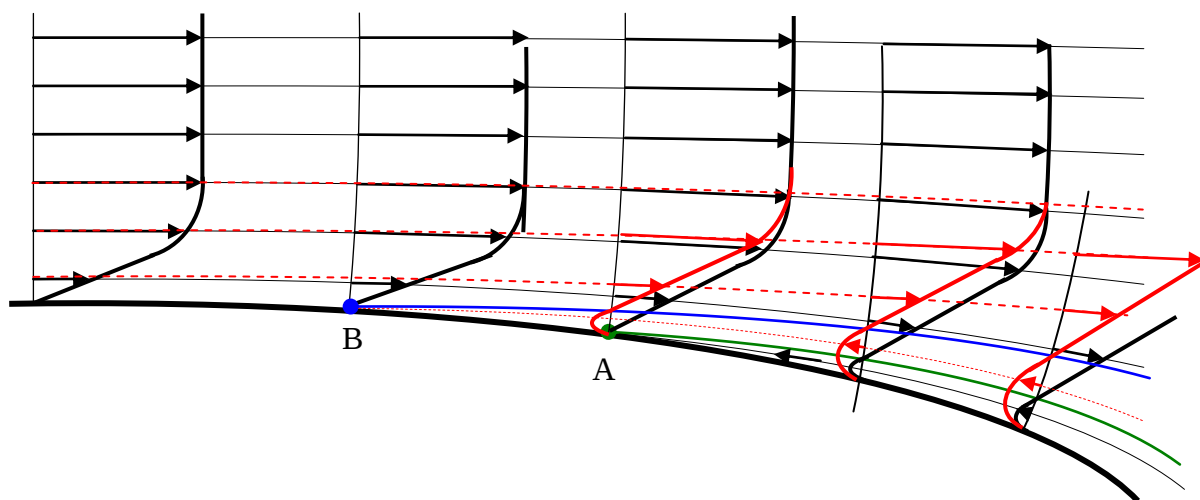
Gradient prędkości określa stosunek zmiany prędkości (dla skończonych zmian Δw , dla pochodnej – zmiany nieskończenie małe δw) do zmiany odległości od ścianki x (dla skończonych zmian Δx , dla pochodnej – zmiany nieskończenie małe δx). Gradient prędkości w punkcie oderwania osiąga wartość 0

$$\frac{\Delta w}{\Delta x} = 0 \quad \text{dla pochodnej} \quad \frac{\delta w}{\delta x} = 0$$

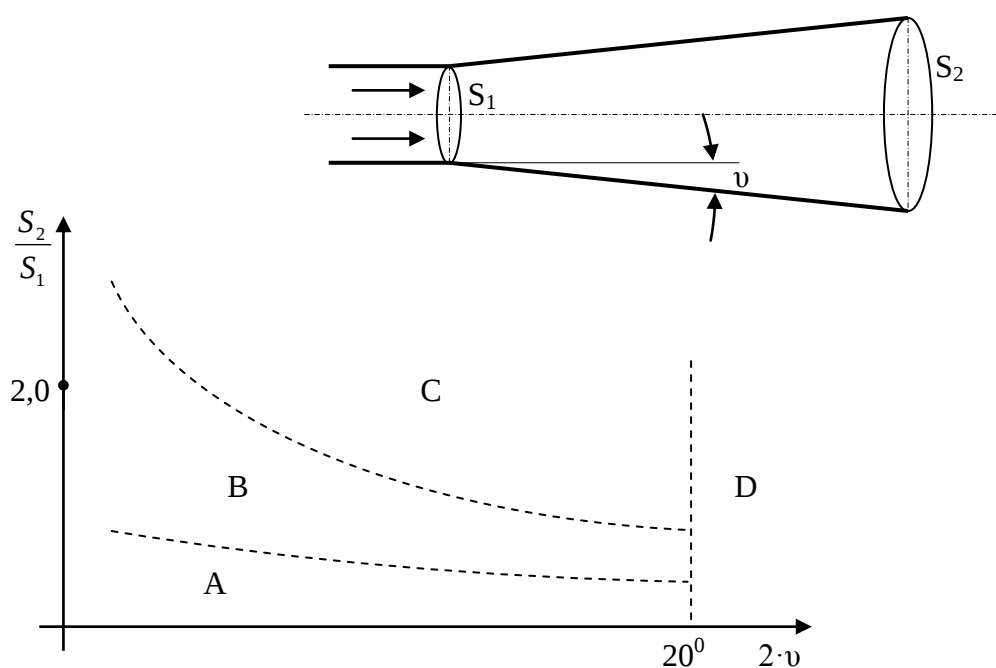
Powyżej linii oderwania gradient prędkości jest dodatni, co oznacza ruch płynu w kierunku strugi, poniżej linii oderwania gradient prędkości jest ujemny, co oznacza wsteczny ruch płynu, czyli w kierunku przeciwnym do kierunku strugi. Ponieważ linia $w = 0$ oddziela warstwy płynu poruszające się w przeciwnych kierunkach, to wokół linii $w = 0$ powstają wiry. Wir (linia czerwona) wokół linii $w = 0$ przedstawia rysunek



Przepływ wsteczny pod linia $w = 0$ (linia niebieska) nie jest przepływem swobodnym. Musi się zakończyć na punkcie oderwania strugi od ścianki. Zatrzymanie przepływu wstecznego na punkcie oderwania strugi od ścianki wywołuje przesunięcie punktu oderwania strugi od ścianki w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu strugi, co pokazuje rysunek



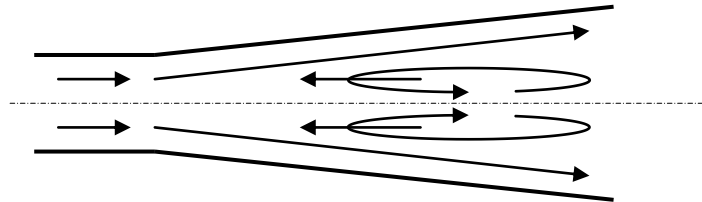
Linia zielona jest linią $w = 0$ rozpoczynającą się w punkcie oderwania strugi od ścianki A. Linia niebieska jest linią $w = 0$ po przesunięciu się punktu oderwania strugi od ścianki do punktu B. Czerwone, przerywane linie pokazują linie prądu po przesunięciu punktu oderwania strugi od ścianki do punktu B. Czerwona linie profilu prędkości dotyczą przepływu po przesunięciu się punktu oderwania strugi od ścianki do punktu B. Wielkość oderwania strugi od ścianki i wielkość powstałych wirów zależy od kąta rozbieżności ścianki i długości ścianki rozbieżnej. Wpływ tych dwóch czynników na przepływ w zamkniętym kanale rozbieżnym o przekroju kołowym dla przepływu turbulentnego o niewielkiej wartości liczby Reynoldsa przedstawia wykres



Poszczególne obszary wykresu dotyczą następujących przepływów:

- A - przepływ wolny od oderwań
- B - przepływ z lokalnymi zanikającymi odezwaniemami
- C - przepływ z lokalnymi trwałymi odezwaniemami
- D - przepływ z wirami przemieszczającymi się wstecznie w całym przekroju kanału

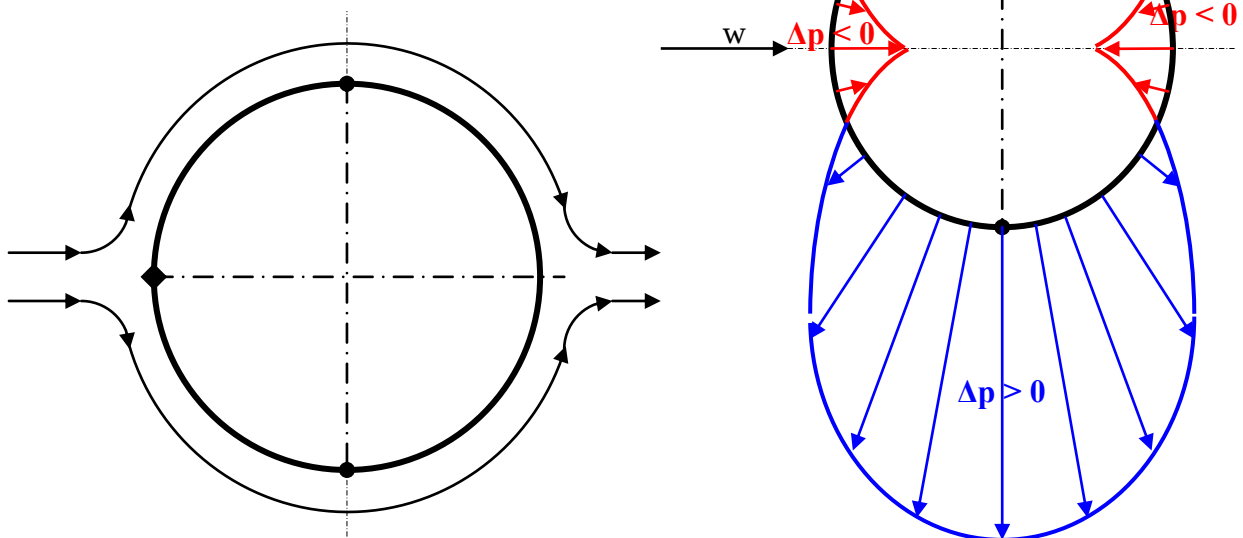
Przepływ typu D schematycznie przedstawia rysunek



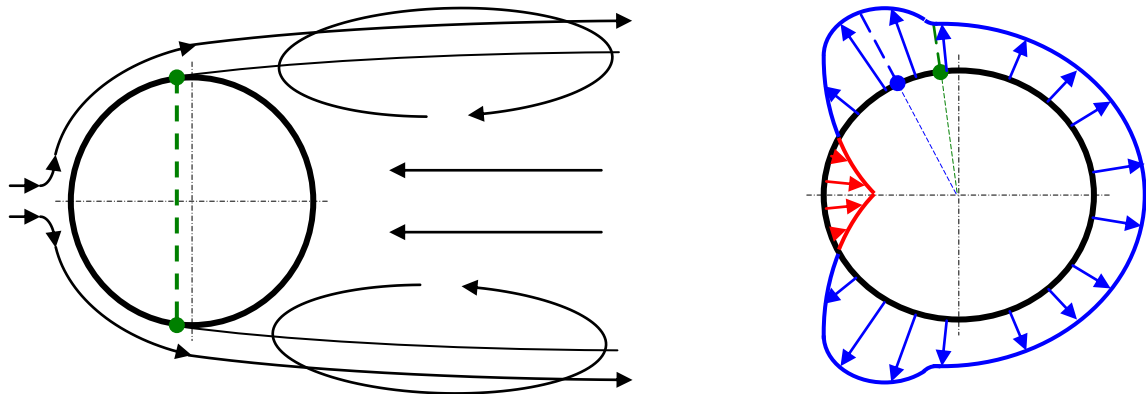
Z powyższego wykresu wynika, że największy wpływ na charakter oderwań strugi od ścianki występujących w kanale rozbieżnym ma kąt rozbieżności ścianki. W szczególności powyżej pewnego kąta (rzędu 10^0) ścianka rozbieżna wywołuje za sobą bardzo duże wiry. Jednocześnie należy dodać, że obserwacja wirów jest najprostszy sposobem stwierdzenia oderwania strugi od ścianki.

Optyw kuli

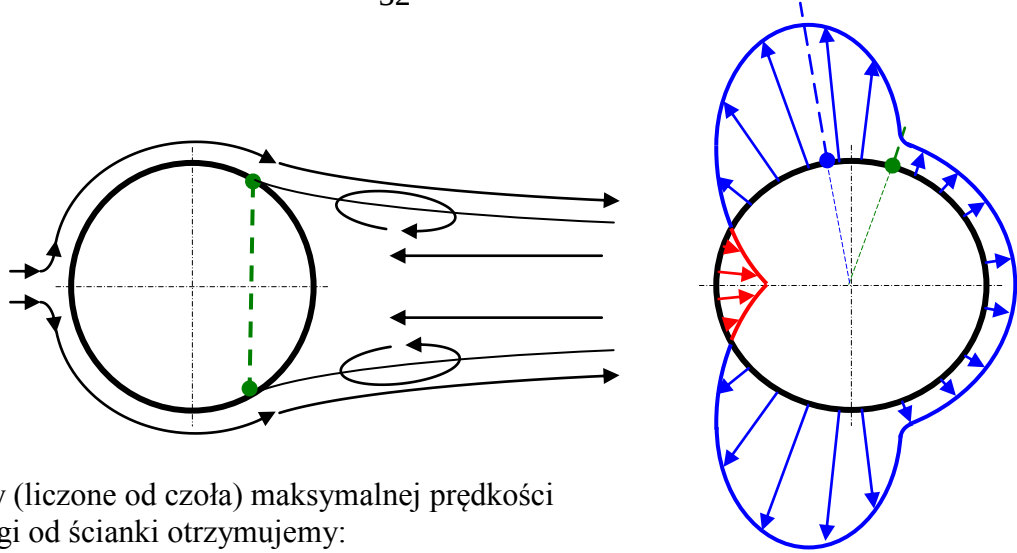
Profilom nazywamy figurę płaską leżącą w płaszczyźnie przepływu. Kula jest bryłą o największej symetrii. Dowolna płaszczyzna przekroju przechodząca przez środek kuli daje profil kołowy. Płyn doskonały nie wykazuje lepkości, a co za tym idzie przepływ płynu nielepkiego odbywa się bez strat. Jeśli płyn doskonały opływałby profil kołowy działałby siłą przesuwającą profil kołowy, to oznaczałoby wykonanie pracy, czyli oddanie przez płyn energii. Optyw profilu kołowego przez płyn doskonały jest związany ze zmianą prędkości płynu i jego ciśnienia. Zgodnie z równaniem Bernoulliego wzrost prędkości płynu oznacza spadek jego ciśnienia i odwrotnie. Zmiany ciśnienia płynu doskonałego opływającego profil kołowy muszą być w związku z tym symetryczne względem środka profilu. Układ linii prądu i rozkład ciśnień na profilu kołowym przedstawia rysunek.



Czarne punkty na rysunku w maksymalnym przekroju profilu przedstawiającym linie prądu pokazują miejsca największej prędkości płynu, a na rozkładzie ciśnień miejsca najniższego ciśnienia płynu. Licząc od czoła profilu (kwadratowy punkt w osi przepływu) punkty maksymalnej prędkości i minimalnego ciśnienia przesunięte są o kąt 90° . Lepkość zmienia przepływ płynu. Warstwy płynu w pobliżu ścianki tracą energię kinetyczną. Wprawdzie opływanie profilu wymaga przyrostu energii kinetycznej płynu kosztem spadku energii ciśnienia, ale w połączeniu z utratą energii kinetycznej spowodowanej oporem lepkiem miejsca maksymalnej prędkości płynu i minimalnego ciśnienia wystąpią przed maksymalnym przekrojem profilu. Licząc od czoła profilu punkty maksymalnej prędkości i minimalnego ciśnienia przesunięte są o kąt $70^\circ \div 85^\circ$. Jednocześnie po spływowej stronie profilu nie pojawia się nadciśnienie. Utrata energii kinetycznej w wyniku oporu lepkiego powoduje, że całkowita utrata energii kinetycznej płynu na ścianie następuje przy ujemnej różnicy ciśnień (ciśnienie płynu niższe od ciśnienia płynu z przed profilu $\Delta p < 0$). Sytuacja taka oznacza oderwanie strugi od ścianki i przepływ wsteczny po spływowej stronie profilu. Przepływ wsteczny utrzymuje ujemną różnicę ciśnień po stronie spływowej. Ponieważ przy przepływie laminarnym w warstwie przyściennej płynu nie występuje mieszanie się płynu, a co za tym idzie nie jest w warstwie przyściennej uzupełniana energia kinetyczna z bardziej odległych od ścianki obszarów płynu, to oderwanie strugi od ścianki następuje około 10° za punktem maksymalnej prędkości płynu. Położenie tych punktów (maksymalna prędkość punkt niebieski, oderwanie strugi od ścianki punkt/linia zielona), układ linii prądu i rozkład ciśnień na profilu dla przepływu laminarnego przedstawia rysunek



W przepływie turbulentnym mieszanie płynu pocienia warstwę przyścinną i uzupełnia straty energii kinetycznej przy ścianie. Oznacza to, że w przepływie turbulentnym utrata energii kinetycznej w warstwie przyściennej, a co zatem idzie oderwanie strugi od ścianki następuje wyraźnie później, niż w przepływie laminarnym. W przepływie turbulentnym oderwanie strugi od ścianki następuje około $30^\circ \div 40^\circ$ za punktem maksymalnej prędkości. Położenie tych punktów (maksymalna prędkość punkt niebieski, oderwanie strugi od ścianki punkt zielony/linia zielona), układ linii prądu i rozkład ciśnień na profilu dla przepływu turbulentnego przedstawia rysunek



Porównując kąty (liczone od czoła) maksymalnej prędkości i oderwania strugi od ścianki otrzymujemy:

- kat maksymalnej prędkości jest w przepływie turbulentnym minimalnie większy (prawie taki sam), niż w przepływie laminarnym
- kąt oderwania strugi od ścianki jest w przepływie turbulentnym wyraźnie większy, niż w przepływie laminarnym
- różnica kąta oderwania strugi od ścianki i kąta maksymalnej prędkości jest w przepływie turbulentnym wyraźnie większa, niż w przepływie laminarnym
- kąt oderwania strugi od ścianki w przepływie turbulentnym jest większy od 90° , w przepływie laminarnym mniejszy od 90° .

Siły dynamiczne

Siły dynamiczne powstają w wyniku przepływu płynu względem ścianki. Jeśli w wyniku przepływu płynu względem ścianki zmienia się prędkość płynu, to zgodnie z równaniem Bernoulliego zmienia się także jego ciśnienie. Jeśli zmiana ciśnienia (wywołana zmianą prędkości) jest w danym kierunku symetryczna, to w kierunku prostopadłym do osi symetrii siły dynamiczne równe są zero. Siły dynamiczne zależą do powierzchni ścianki i ciśnienia dynamicznego, co przedstawia wzór

$$F_{dyn} = c_{dyn} \cdot S \cdot p_{dyn} = c_{dyn} \cdot S \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

gdzie c_{dyn} jest bezwymiarowym współczynnikiem dla danej siły dynamicznej.

Siła dynamiczna działająca w kierunku zgodnym z kierunkiem ruchu płynu nazywana jest oporem czołowym. Kierunek zgodny z kierunkiem ruchu płynu określany jest jako oś X. Opór czołowy jako siłą dynamiczną wynosi

$$F_x = c_x \cdot S \cdot p_{dyn} = c_x \cdot S \cdot \frac{\rho \cdot w^2}{2}$$

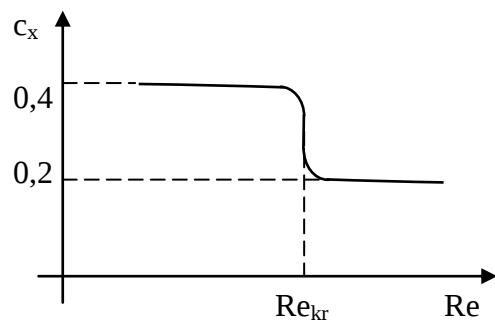
gdzie c_x jest współczynnikiem oporu czołowego.

Dla kuli współczynnik oporu czołowego w przybliżeniu wynosi:

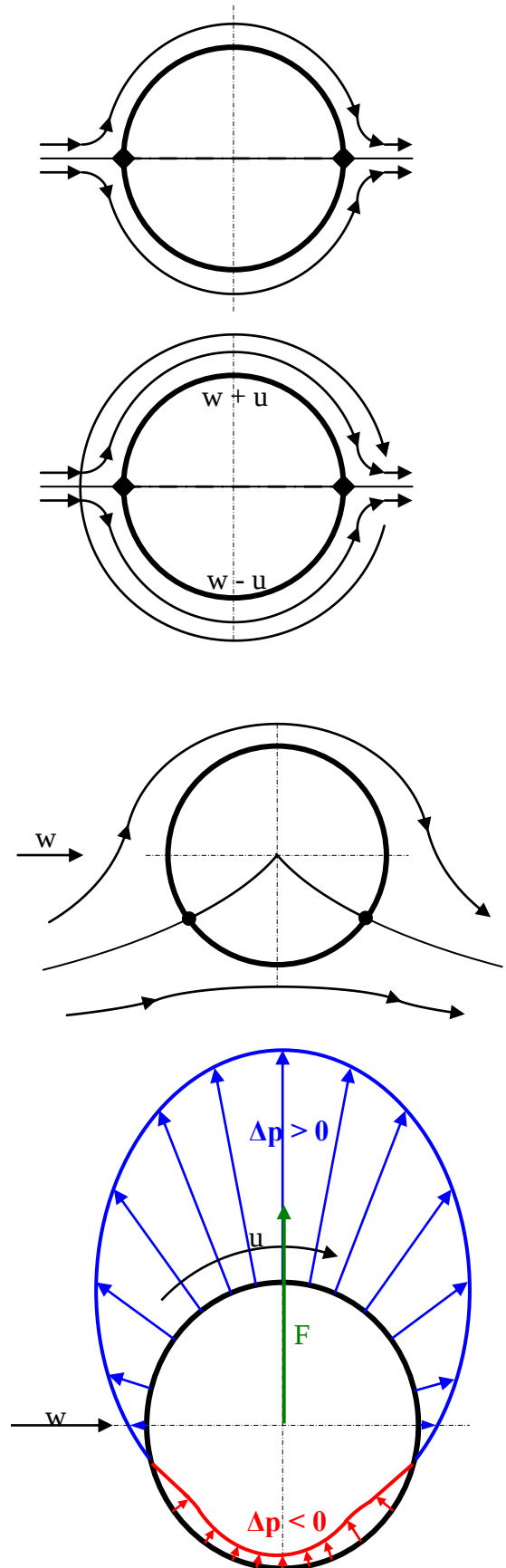
- dla przepływu laminarnego $c_x \approx 0,4$
- dla przepływu turbulentnego $c_x \approx 0,2$.

Zależność współczynnika oporu czołowego od liczby Reynoldsa przedstawia wykres.

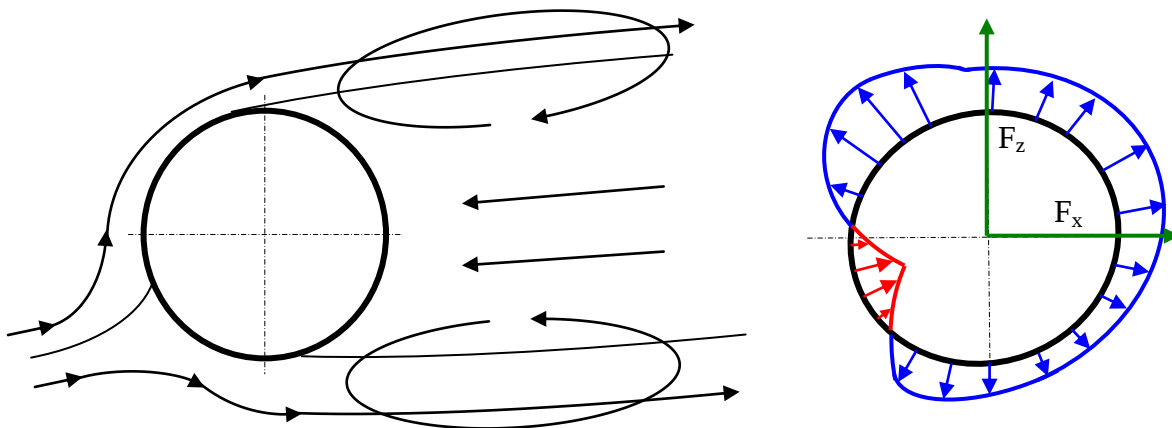
Porównując rozkłady ciśnień przy przepływie laminarnym i turbulentnym łatwo zauważyć, że istotna różnica między przepływami dotyczy rozkładów ciśnień na części spływowej



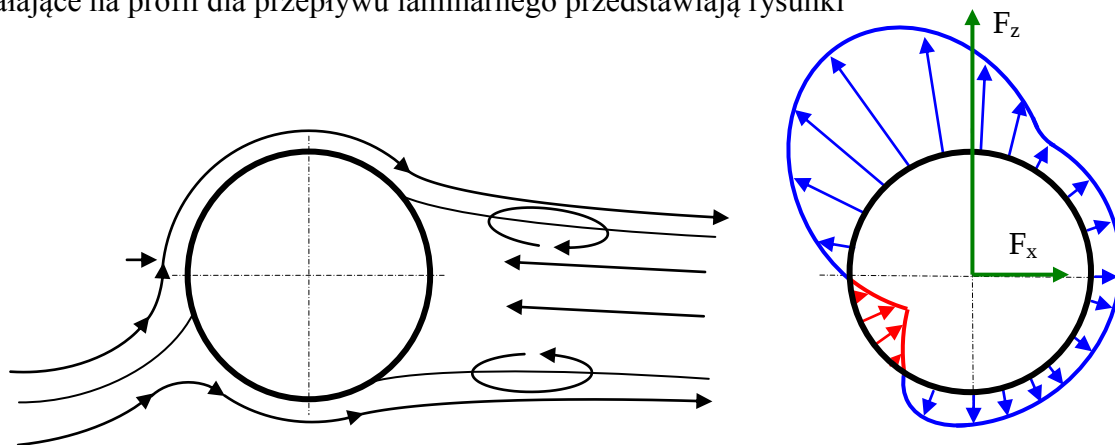
profilów, a nie na części czołowej. Innymi słowy o oporze czołowym decyduje część spływowa profilu. Należy zaznaczyć, że tak przepływ laminarny, jak i przepływ turbulentny są przepływami płynu lepkiego. Dla przepływu płynu doskonałego rozkład ciśnienia jest symetryczny tak w kierunku ruchu płynu, jak i w kierunku prostopadłym do kierunku ruchu. Stąd podczas przepływu nielepkiego opór czołowy nie istnieje. Na profilu kołowym można zaznaczyć dwa punkty o zerowej prędkości. Są to punkty, w których linia prądu dochodzi do profilu. Punkty te na rysunku oznaczone są czarnymi kwadratami. Przepływ na rysunku jest przepływem płynu doskonałego. Linie prądu sąsiednie do linii prądu dochodzących do punktów zerowej prędkości przechodzą jedna nad profilem, a druga pod profilem. Oznacza to, że linia dochodząca do punktu zerowej prędkości rozdziela strugę na część przepływającą nad profilem i część przepływającą pod profilem. Jeśli do ruchu płynu nielepkiego względem profilu kołowego dodamy cyrkulację, czyli ruch płynu dookoła profilu, zmieni się prędkość części strugi przepływającej nad profilem i pod profilem. Jeśli prędkość jednej części strugi wzrośnie, to prędkość drugiej części strugi zmaleje. Przy prędkości cyrkulacji u jedna część strugi będzie poruszała się względem profilu z prędkością $w + u$, a druga część strugi będzie się poruszała względem profilu z prędkością $w - u$. Optyw profilu kołowego wraz z cyrkulacją przedstawia rysunek. Linie prądu optyw wraz z cyrkulacją dla płynu nielepkiego wraz z punktami zerowej prędkości i liniami rozgraniczającymi części strugi przepływającymi pod i nad profilem przedstawia rysunek. Cyrkulacja zmieniając prędkość płynu względem profilu zmienia także ciśnienie płynu. Ciśnienie płynu nad profilem zmaleje (prędkość wzrosła), a ciśnienie płynu pod profilem wzrośnie (prędkość zmalała). Rozkład ciśnień straci symetrię względem kierunku prędkości w , co pokazuje rysunek. Nad profilem występuje podciśnienie, a pod profilem nadciśnienie, co daje wypadkową siłę skierowaną pionowo ku górze. Ponieważ ruch jest względny, to cyrkulacje płynu względem profilu można zastąpić ruchem obrotowym profilu. Oznacza to, że jeśli profil kołowy obraca się w strumieniu przepływającego płynu, to na profil zadziała siła prostopadła do kierunku przepływu płynu. Siła działająca na profil w kierunku prostopadłym do kierunku przepływu płynu nazywana jest siłą nośną.



Kierunek prostopadły do kierunku ruchu płynu, w którym działa siła nośna określany jest jako oś Z. Siła nośna działająca na obracające się ciało nazywana jest siłą Magnusa. Na obracający się profil kołowy opływany przez płyn doskonały działa tylko siła nośna. Jeśli obracający się profil kołowy będzie opływany przez płyn lepki, to działać na niego będzie siła nośna i siła oporu czołowego. Ponieważ wielkość oporu czołowego zależała od rodzaju przepływu (laminarny/turbulentny), to wartość siły nośnej także będzie zależała od rodzaju przepływu. Układ linii prądu, rozkład ciśnień na powierzchni obracającego się profilu kołowego i siły działające na profil dla przepływu laminarnego przedstawiają rysunki



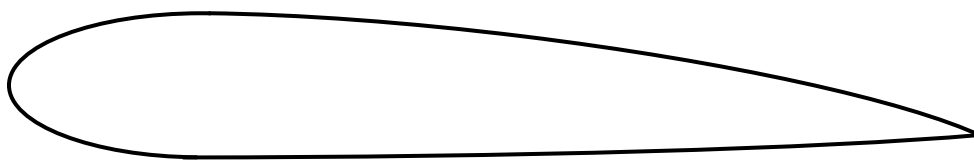
Układ linii prądu, rozkład ciśnień na powierzchni obracającego się profilu kołowego i siły działające na profil dla przepływu laminarnego przedstawiają rysunki



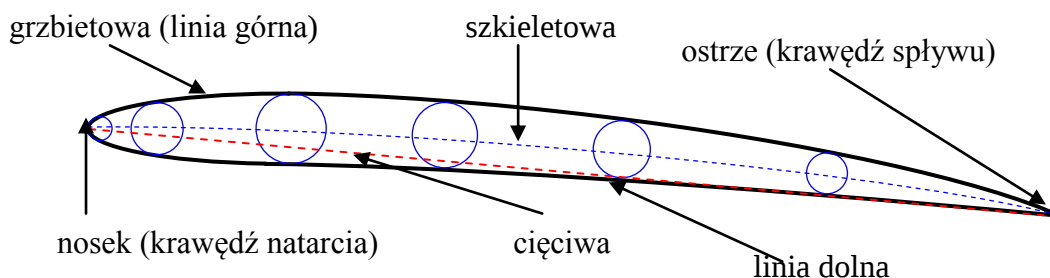
Dla przepływu laminarnego wartość siły nośnej jest mniejsza od wartości siły nośnej dla przepływu turbulentnego ($F_{z.laminarne} < F_{z.turbulentne}$). Dla oporu czołowego zależność jest odwrotna. Dla przepływu laminarnego wartość oporu czołowego jest większa od wartości oporu czołowego dla przepływu turbulentnego ($F_{x.laminarne} > F_{x.turbulentne}$).

Geometria profilu aerodynamicznego

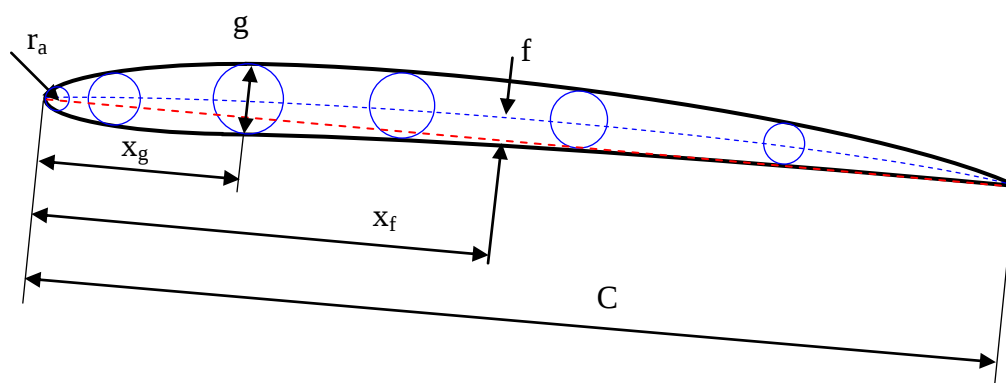
Płatem nośnym nazywamy profil, na którym siła nośna jest wielokrotnie większa od oporu czołowego. Duży stosunek siły nośnej do oporu czołowego mają profile wysmukłe, o małej grubości względnej i dużej względnej długości.



Parametrem określającym długość płata nośnego jest cięciwa. Linia cięciwy przecina się z profilem na nosku i ostrzu. Grubość płata nośnego określa maksymalna średnica koła wpisanego w zarys profilu. Szkieletowa (linia szkieletowa) utworzona jest przez środki kół wpisanych w obrys profilu.



Strzałka f określa maksymalną odległość cięciwy od szkieletowej. Dla profilu symetrycznego strzałka równa jest zero (cięciwa pokrywa się ze szkieletową), a grzbietowa jest symetryczna do linii dolnej. Grubość względną profilu g określamy jako stosunek grubości do cięciwy [%]. Dla profilu grubego $g \geq 15\%$, a dla profilu cienkiego $g \leq 10\%$.

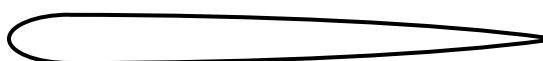


Dodatkowymi parametrami profilu są:

- położenie maksymalnej grubości profilu x_g mierzone od noska; położenie maksymalnej grubości profilu podawane jest jako stosunek do cięciwy [%]
- położenie maksymalnej strzałki profilu x_f mierzone jest od noska; położenie maksymalnej strzałki profilu podawane jest jako stosunek do cięciwy [%]
- promień zaokrąglenia noska r_a .

Ze względu na kształt profile aerodynamiczne możemy podzielić na następujące typy:

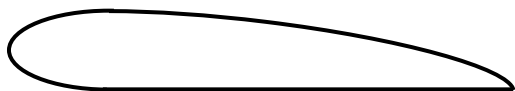
- symetryczny



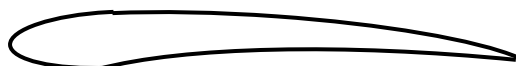
- dwuwypukły (niesymetryczny)



- płasko-wypukły



- wklęsło-wypukły



- laminarny (niesymetryczny)



- samostateczny (niesymetryczny)



- „ptasi” (modelarski).



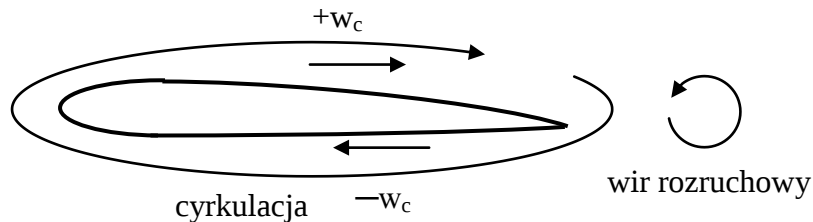
Profil samostateczny ma podwójne wygięcie szkieletowej od noska w górę, a od ostrza w dół. Profil laminarny cechuje duża wartość położenia największej grubości profilu. Profil symetryczny wymaga pochylenia w celu uzyskania siły nośnej. Profil „ptasi” jest stosunkowo mało wrażliwy na wartość liczby Reynoldsa i z tego powodu jest często stosowany w modelarstwie lotniczym.

Opływ niesymetryczny

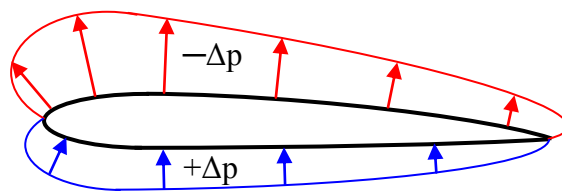
Profil niesymetryczny cechuje różnica między górną, a dolną linią. Stosowane do uzyskiwania sił aerodynamicznych profile mają dłuższą linię górną. Podczas formowania się opływu dolna część strugi szybciej dopływa do ostrza. Część dolnej strugi tworzy wówczas wir, zwany wirem rozruchowym. Wir rozruchowy jest spychany za ostrze z górnej części strugi.



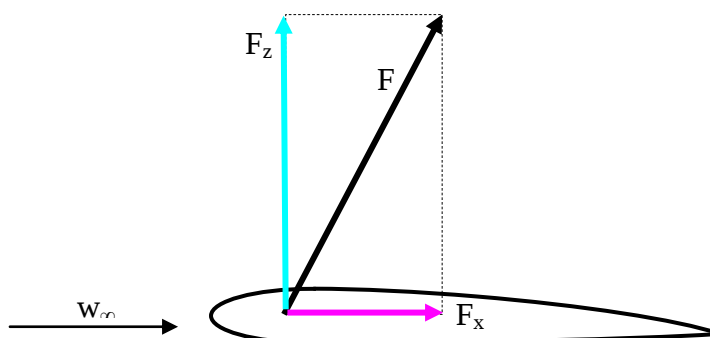
Zgodnie z zasadą zachowania momentu pędu zepchnięcie wiru rozruchowego jest równoważone cyrkulacją wokół profilu.



Cyrkulacja zwiększa prędkość górnej części strugi i zmniejsza prędkość dolnej części strugi. Wzrost prędkości górnej części strugi oznacza spadek ciśnienia na linii górnej profilu, a spadek prędkości dolnej części strugi oznacza wzrost ciśnienia na linii dole profilu.



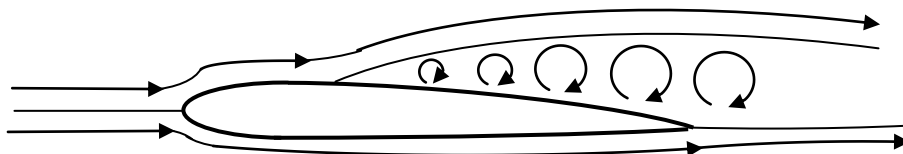
Brak symetrii w rozkładzie ciśnień na powierzchni profilu oznacza działanie na profil siły dynamicznej. Dynamiczna siła działająca na profil ma składowe z i x.



Jeśli przepływ dolnej części strugi w niewielkim stopniu zależy od liczby Reynoldsa (przepływ laminarny lub turbulentny), to przepływ górnej części strugi bardzo silnie zależy od liczby Reynoldsa. Nadciśnienie występujące na linii dolnej dociska strugę do ścianki i przeciwdziała oderwaniu strugi od ścianki na linii dolnej. Podciśnienie występujące na linii górnej pogrubia warstwę przyścienną i odrywa strugę od ścianki na linii górnej. Oderwanie strugi od ścianki przy przepływie turbulentnym występuje w okolicach ostrza.

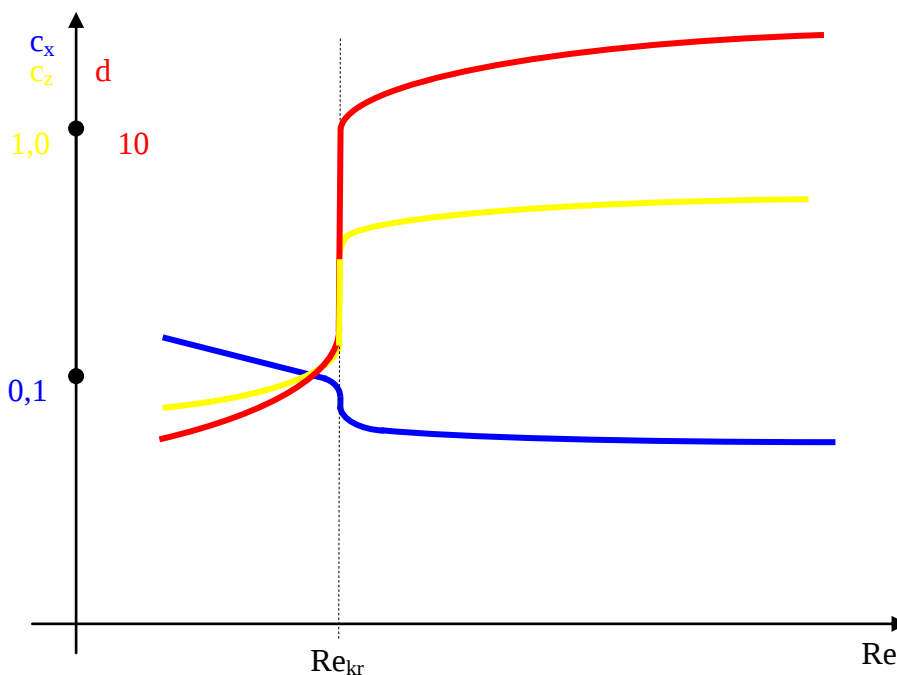


Oderwanie strugi od ścianki przy przepływie laminarnym występuje w okolicach środka linii górnej.



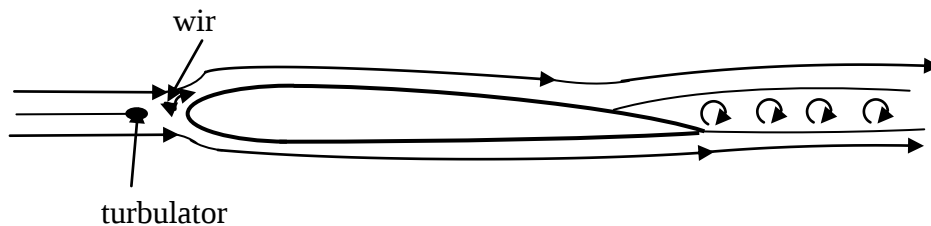
Różnica w przepływie górnej części strugi dla przepływu laminarnego i turbulentnego skutkuje różnicą w siłach dynamicznych działających na profil przy przepływie laminarnym i turbulentnym. Stosunek współczynników siły nośnej c_z do oporu czołowego c_x nazywamy doskonałością d

$$d = \frac{c_z}{c_x}$$

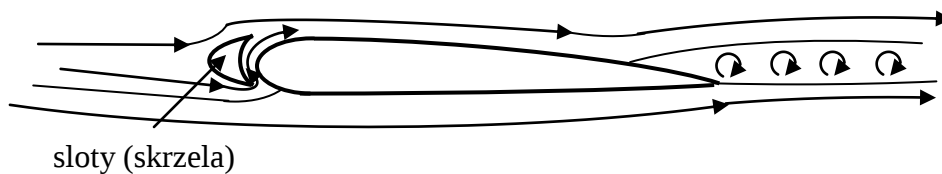


Dla krytycznej wartości liczby Reynoldsa następuje skokowa zmiana wartości współczynników oporu czołowego, siły nośnej i doskonałości profilu. Przyczyna tego zjawiska jest skokowe przesunięcie miejsca oderwania strugi od ścianki na górnej linii profilu. Przejście z przepływu laminarnego do burzliwego przesunęło miejsce oderwania strugi od ścianki na linię górnej w kierunku ostrza, a przejście z przepływu burzliwego do laminarnego przesunęło miejsce oderwania strugi od ścianki na linię górnej w kierunku noska. W związku z tym obszar linii górnej objęty przepływem wsteczny jest wyraźnie większy w

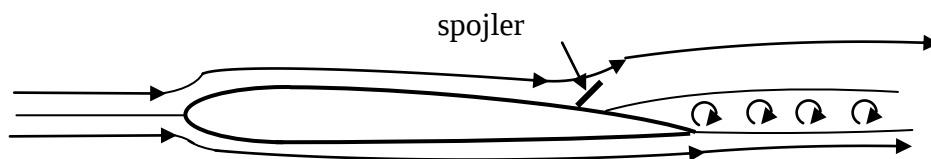
przepływie laminarnym. Przejście z przepływu laminarnego do burzliwego wywołuje skokowy wzrost wartości współczynnika siły nośnej i spadek wartości współczynnika oporu czołowego i odwrotnie. Gwałtowny spadek siły nośnej wywołany spadkiem wartości współczynnika siły nośnej przy przejściu z przepływu burzliwego do przepływu laminarnego nazywamy przeciągnięciem. Przeciągnięcie jest w takim przypadku wywołane zmniejszeniem prędkości opływu profilu. Aby uniknąć przeciągnięcia przy małych prędkościach lotu należy startować i lądować pod wiatr. Prędkość wiatru przy danej prędkości samolotu względem ziemi zwiększa wówczas prędkość opływu profilu, co zapobiega przeciągnięciu. Przeciągnięciu zapobiega dowolne działanie wywołujące pocienienie warstwy przyściennej na linii górnej lub uniemożliwiające przesunięcie oderwania strugi na linii górnej w kierunku noska. Turbulator jest to dowolny element umieszczony w okolicach noska wywołujący drobne zawirowania pocieniające warstwę przyścienną na linii górnej.



Turbulatory w postaci nitki rozciągniętej przed noskiem mają zastosowanie w modelarstwie lotniczym. W dużych samolotach stosowane są sloty (skrzela). Są to wysuwane przed nosok części skrzydła.



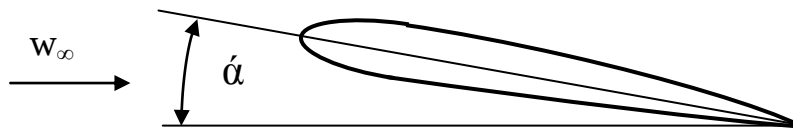
Sloty powodują zwiększenie energii kinetycznej strugi na linii górnej. Zwiększenie energii kinetycznej strugi na linii górnej przesuwa miejsce oderwania strugi od ścianki (całkowita utrata energii kinetycznej strugi) w kierunku ostrza. W dużych samolotach stosowane są spojler zapobiegające przesuwaniu się oderwania strugi w kierunku noska.



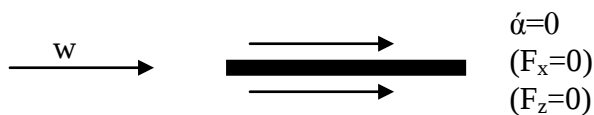
Spojler jest źródłem dodatkowego oporu czołowego i używany przy lądowaniu spełnia dodatkowo rolę hamulca aerodynamicznego.

Kąt natarcia

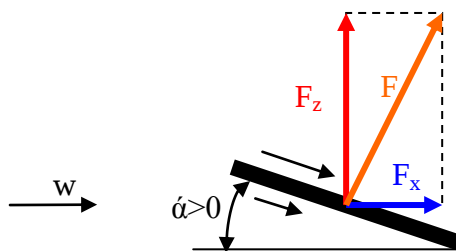
Kąt natarcia α jest to kąt między cięciwą, a kierunkiem prędkości płynu względem profilu w $_{\infty}$. Kąt natarcia decyduje o przepływie dwóch części strugi: płynącej nad profilem i pod profilem.



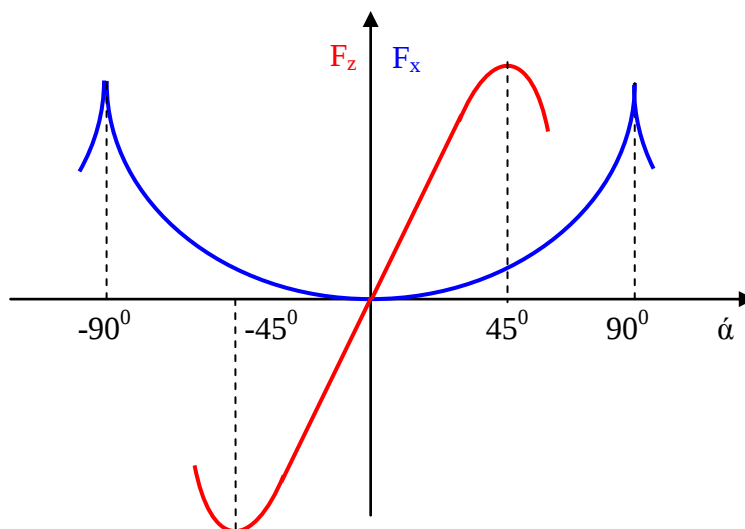
Kąt natarcia przedstawiony na rysunku (cięciwa położona nad linią kierunku prędkości płynu) przyjmuje wartość dodatnią. Odwrotne położenie cięciwy względem kierunku prędkości płynu występuje przy ujemnym kącie natarcia. Dodatni kąt natarcia zwiększa różnicę prędkości między częściami strugi przepływającymi pod i nad profilem i wpływa w ten sposób na wartość i kierunek siły dynamicznej działającej na profil.



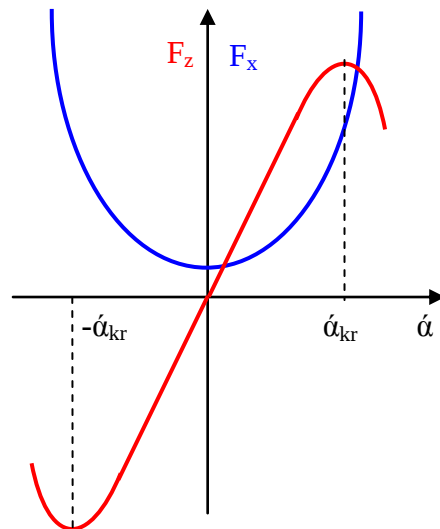
Dla płaskiej płyty o nieistotnej grubości przy kącie natarcia $\alpha=0$ można przyjąć zerowe wartości sił dynamicznych działających na płytę. Wzrost kąta natarcia (wartości dodatnie) wytworzy siły dynamiczne tak w kierunku x , jak i w kierunku z .



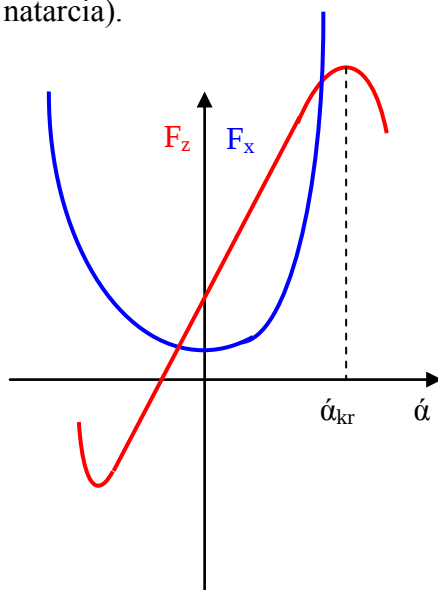
Jeśli przyjmiemy, że siła dynamiczna jest prostopadła do płyty i nie uwzględnimy zjawisk związanych z oderwaniem strugi od ścianki, to siła pionowa F_z osiągnie wartość maksymalną dla kąta natarcia 45° , a siła pozioma F_x osiągnie wartość maksymalną dla kąta natarcia 90° .



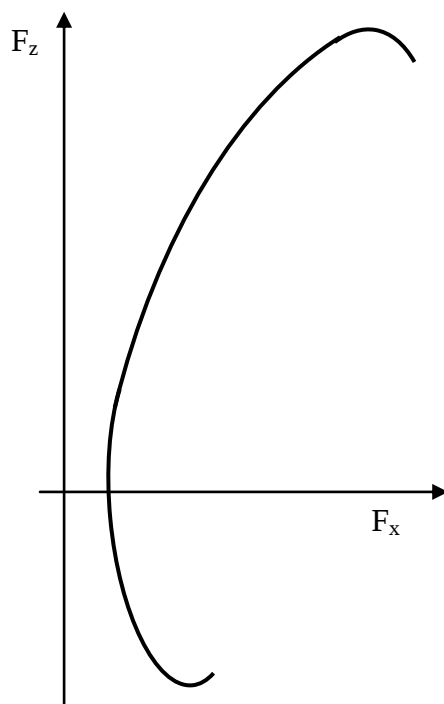
Oznacza to, że dla profilu symetrycznego funkcja $F_z = f(\alpha)$ określająca zmianę siły nośnej jest funkcją nieparzystą ($f(-x) = -f(x)$), a funkcja $F_x = f(\alpha)$ określająca zmianę oporu czołowego jest funkcją parzystą ($f(-x) = f(x)$). Uwzględniając oderwanie strugi o ścianki (duże kąty natarcia) siła nośna osiągnie ekstremum dla kąta natarcia wyraźnie mniejszego od 45° . Siła nośna osiągnie wartość maksymalną przed oderwaniem strugi od ścianki.



Dla profilu symetrycznego opór czołowy osiąga minimum dla $\alpha = 0$, a siła nośna maksymalną wartość dla $\alpha = \alpha_{kr}$ i minimalną wartość (maksymalna wartość ze znakiem ujemnym) dla $\alpha = -\alpha_{kr}$. Dla profilu niesymetrycznego przy kącie natarcia równym zero siła nośna będzie miała wartość różną od zera. Opór czołowy będzie miał wartość minimalną dla kąta natarcia $\alpha \approx 0$. Ponieważ profil jest niesymetryczny, to zmiana oporu czołowego, a także siły nośnej także nie będzie symetryczna ani względem zerowego kąta natarcia, ani względem kąta natarcia, dla którego siła nośna będzie równa zero. Oderwanie strugi o ścianki przy dodatnim kącie natarcia (α_{kr}) następuje na linii górnej profilu, a przy ujemnym kącie natarcia następuje na linii dolnej profilu. Ponieważ linie górna i dolne są różne, to oderwanie strugi od ścianki na linii dolnej wystąpi przy kącie natarcia $\alpha \neq -\alpha_{kr}$. Jednocześnie wartość bezwzględna siły nośnej przed oderwaniem strugi od ścianki na linii górnej (dodatni kąt natarcia) będzie większa od wartości bezwzględnej siły nośnej przed oderwaniem strugi od ścianki na linii dolnej (ujemny kąt natarcia).



Krytyczny kąt natarcia bez stosowania urządzeń zapobiegających oderwaniu strugi od ścianki nie przekracza wartości 20^0 . Funkcje $F_z = f(\alpha)$ i $F_x = f(\alpha)$ można przedstawić w postaci funkcji $F_z = f(F_x)$. Zależność siła nośna w funkcji oporu czołowego nazywana jest biegunową lub biegunową aerodynamiczną. Biegunowa pozwala na sumowanie sił nośnych i oporów czołowych powstających na różnych elementach konstrukcyjnych samolotu. Dlatego oprócz biegunowej samego profilu, można wyznaczyć biegunowe całego samolotu lub jego podzespołów.



Biegunowa profilu symetrycznego jest osiowosymetryczna względem osi F_x . Przecięcie biegunowej z osią F_x jest w przybliżeniu prostopadłe, ponieważ dla siły nośnej w przybliżeniu równej zero, tak dla profilu symetrycznego, jak i niesymetrycznego zmiana wartości oporu czołowego jest bardzo mała. Na biegunowej profilu często są zaznaczane wartości kątów natarcia w danym punkcie biegunowej. Biegunowa pozwala na wyznaczenie wartości maksymalnej stosunku siły nośnej do oporu czołowego. Stosunek siły nośnej do oporu czołowego jest nazywany doskonałością aerodynamiczną.

$$d = \frac{c_z}{c_x}$$

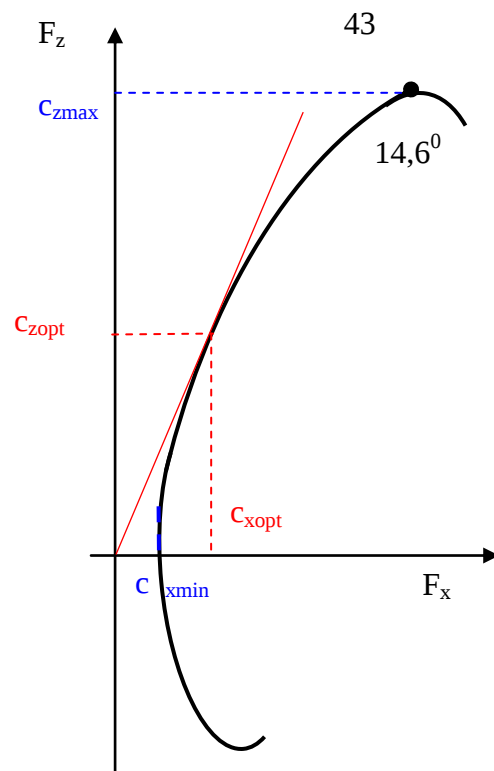
Najczęściej posługując się pojęciem doskonałości mamy na myśli maksymalną jej wartość.

$$d_{(\max)} = \frac{c_{zopt}}{c_{xopt}}$$

Profile aerodynamiczne osiągają doskonałość rzędu 100. Wykres biegunowej, a także wykres zależności sił aerodynamicznych od kąta natarcia są w związku z tym skalowane następująco:

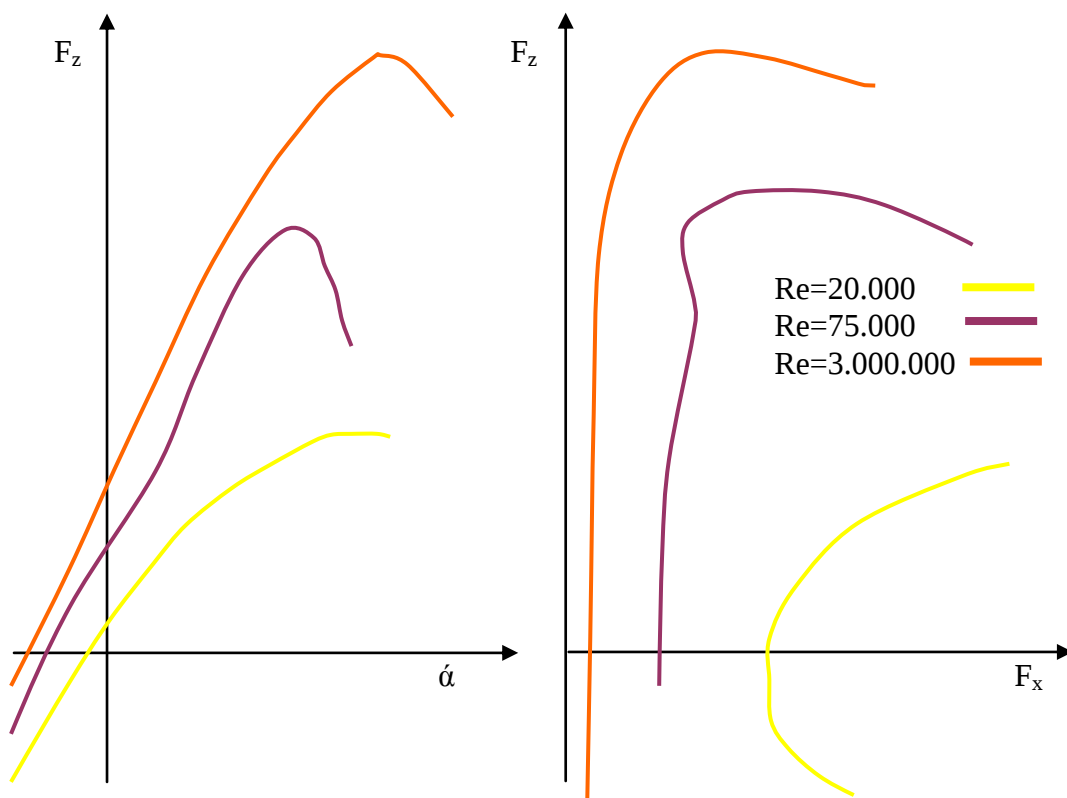
- siła nośna F_z – skala jedności
- opór czołowy F_x – skala setne lub dziesiętne.

Przy zastosowaniu identycznych skal dla obu sił wykres biegunowej byłby nieczytelny. Na wykresie biegunowej można ponadto wyznaczyć wartości: maksymalną siły nośnej F_{zmax} , i minimalną oporu czołowego F_{xmini} .



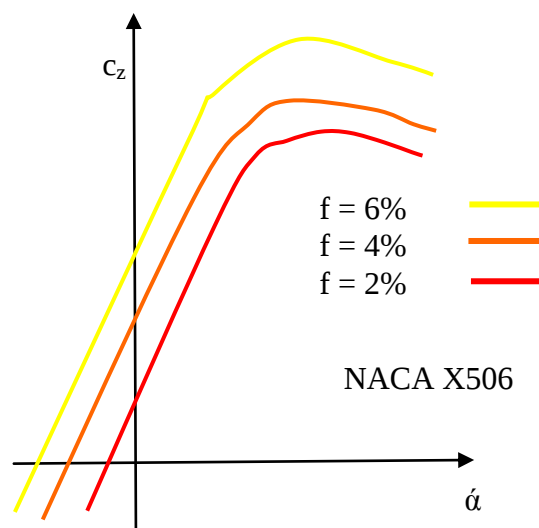
Charakterystyki profilu zależą od liczby Reynoldsa. Najczęściej podaje się charakterystyki dla dużych wartości liczb Reynoldsa. Wpływ wartości liczby Reynoldsa na kształt krzywej $F_z=f(\alpha)$ i biegunową dla profilu NACA 4412 przedstawiają wykresy

NACA 4412

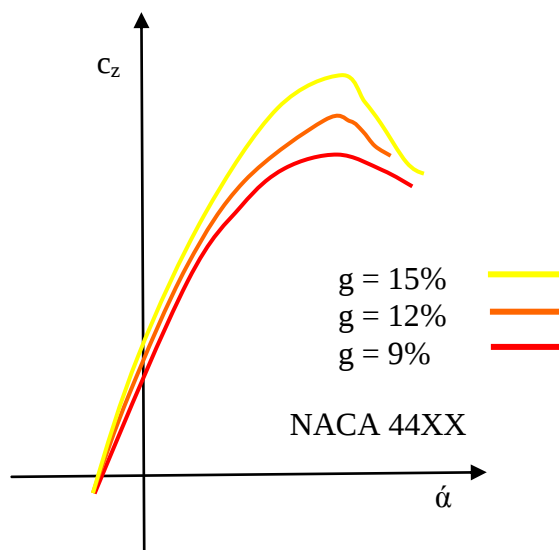


Urządzenia zwiększające siłę nośną

Parametry aerodynamiczne profilu zależą od jego geometrii. Parametrem aerodynamicznym, który decyduje o wartości minimalnej prędkości lotu jest wartość współczynnika siły nośnej c_z . Geometrycznymi parametrami profilu, które mają istotny wpływ na wartość współczynnika siły nośnej są wielkości strzałki profilu (wysklepienie profilu) i jego grubości.



Profile bardziej wysklepione mają większy współczynnik siły nośnej c_z . Przy dużym wysklepieniu kąt między linii górną, a cięciwą w okolicach ostrza jest duży, co sprzyja oderwaniu strugi od ścianki i zmniejsza wartość krytycznego kąta natarcia α_{kr} .



Jeśli wzrost strzałki profilu zwiększa wartość współczynnika siły nośnej dla całego zakresu kątów natarcia, to wzrost grubości profilu zwiększa wartość współczynnika siły nośnej tylko dla kątów natarcia porównywalnych z kątem krytycznym. Należy jednocześnie pamiętać o tym, że zwiększenie grubości lub strzałki profilu zwiększa także współczynnik oporu czołowego c_x . Podczas lądowania wzrost współczynnika siły nośnej pozwala na zmniejszenie prędkości przyziemienia, a jednoczesny wzrost oporu czołowego działa jak hamulec aerodynamiczny. Dlatego urządzenia zwiększające współczynnik siły nośnej są używane tylko podczas lądowania. Współczynnik siły nośnej c_z osiąga wartość maksymalną dla krytycznego kąta natarcia α_{kr} . Przyczyną spadku wartości współczynnika siły nośnej c_z dla

kątów natarcia większych od kąta granicznego α_{kr} jest oderwanie strugi od ścianki na górnej linii profilu i przesunięcie oderwania w kierunku noska. Urządzenia, które usuwają lub ograniczają te zjawiska, pozwalają na lot przy kątach natarcia większych od α_{kr} . Urządzenie te można podzielić na:

- przeszkadzające oderwaniu strugi od ścianki na linii górnej
- uniemożliwiające przesuwaniu się oderwania na linii górnej.

Urządzenia te mogą jednocześnie

- zmieniać wysklepienie profilu
- powiększać powierzchnię płata.

Sloty i spojłery, które przeciwdziałają oderwaniu strugi od ścianki przy przechodzeniu z przepływu burzliwego do przepływu laminarnego, działają także przy przekraczaniu krytycznego kąta natarcia. Urządzenia zwiększające siłę nośną można podzielić na:

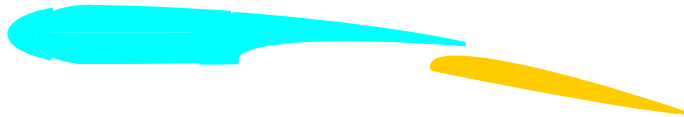
- znajdujące się na nosku – sloty
- znajdujące się na ostrzu – kłapy
- znajdujące się na linii górnej – spojłery.



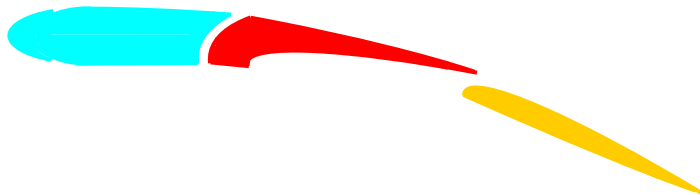
Płat nośny ze slotem



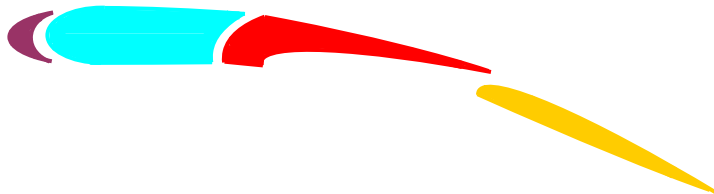
Płat nośny z klapą
(poszerzasz)



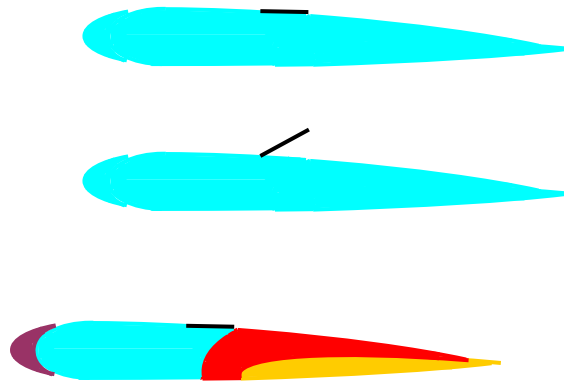
Płat nośny z klapami



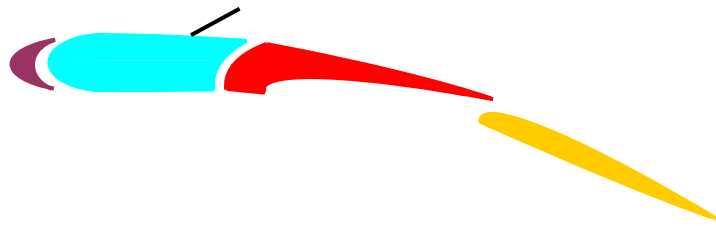
Płat nośny z klapami i slotem



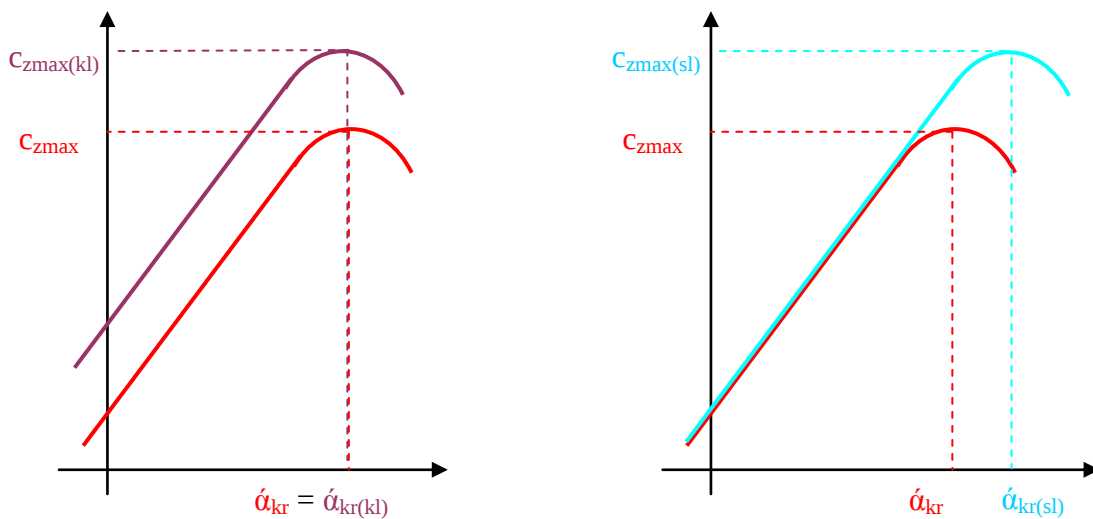
Płat nośny ze spojlerem



Płat nośny z klapami, slotem i spojlerem



Ponieważ spojler znajduje się w okolicach ostrza i stanowi przedłużenie kilku klap, jest często traktowane jako jedna z klap.



Klapy zwiększają współczynnik siły nośnej c_z w całym zakresie kątów natarcia i nie zmieniają wartości krytycznego kąta natarcia α_{kr} . Sloty zwiększają krytyczny kąt natarcia α_{kr} , a współczynnik siły nośnej zwiększają tylko dla dużych, porównywalnych z krytycznym kątów natarcia. Ponieważ sloty i klapy działają niezależnie od siebie, to mogą być używane łącznie. Klapy i sloty mogą mieć bardzo różne rozwiązania konstrukcyjne. Mogą składać się z wielu elementów. O możliwości skonstruowania klap i slotów decyduje mechanika skrzydła, czyli możliwość umieszczenia skrzydła mechanizmów wysuwających przy lądowaniu slotów lub klap. W dużych samolotach w szczególności klapy składają się z wielu (najczęściej trzech) elementów wysuwanych kolejno po sobie. Szczególnym przypadkiem klap jest poszerzacz (fauler). Poszerzacz jest klapą o znacznej długości wysuwana na całą długość i nieznacznie przechylana w dół. Poszerzacz oprócz wyraźnego zwiększenia współczynnika siły nośnej c_z nieznacznie zwiększa krytyczny kąt natarcia α_{kr} . W małych samolotach

możliwości stosowania urządzeń zwiększających siłę nośną są ograniczone wielkością skrzydeł i kosztem wykonania tych urządzeń, jak i mechanizmów sterujących pracą tych urządzeń.

